

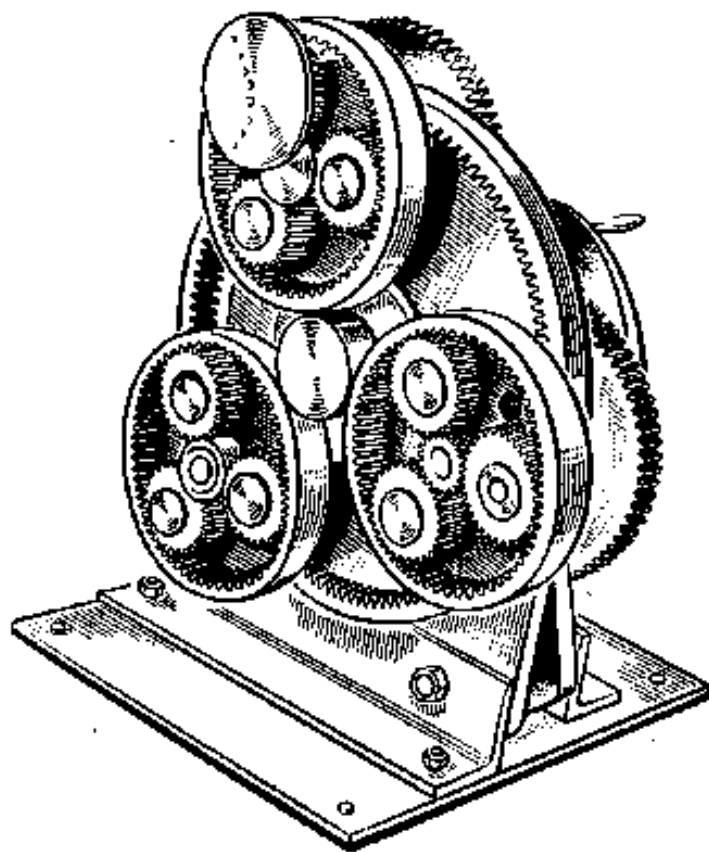
**НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

ИНЖЕНЕРНЫЙ ИНСТИТУТ

Ю.И. ЕВДОКИМОВ

**ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН
ЧАСТЬ 2
ЗУБЧАТЫЕ И КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ**

Курс лекций



Новосибирск 2020

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНЖЕНЕРНЫЙ ИНСТИТУТ

Ю.И. ЕВДОКИМОВ

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН
ЧАСТЬ 2
ЗУБЧАТЫЕ И КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Курс лекций

Новосибирск 2020

Евдокимов Ю.И. Теория механизмов и машин. Ч. 2: Зубчатые и кулачковые механизмы: курс лекций / Новосиб. гос. аграр. ун-т. Инженер. ин-т. – Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2020. – 80 с. изд. перераб. и доп.

Курс лекций содержит основные положения курса «Теория механизмов и машин», изложенные в краткой конспективной форме. Часть 2 содержит теоретические положения разделов: основные параметры зубчатого колеса; геометрия и свойства эвольвентного зацепления; методы нарезания зубчатых колёс; синтез планетарных передач. Рассмотрены: различные виды кулачковых механизмов; законы движения толкателя и профилирование кулачка с учётом угла давления и других необходимых условий синтеза. Материал изложен на основе графических, аналитических и графоаналитических методов.

На основе изложенного теоретического материала приведены примеры решения задач.

Курс лекций предназначен для студентов всех направлений подготовки Инженерного института очной и заочной форм обучения (Агроинженерия, Технология транспортных процессов, Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, Профессиональное обучение (по отраслям), Техносферная безопасность).

Курс лекций может быть рекомендован для студентов Агрономического факультета (Природообустройство и водопользование), Биолого-технологического факультета (Продукты питания животного происхождения, Технология продукции и организация общественного питания, Стандартизация и метрология), а также студентам, обучающимся по инженерным направлениям подготовки.

Утвержден и рекомендован к переизданию учебно-методическим советом Инженерного института (протокол от 29 сентября 2020 г. № 2)

ЛЕКЦИЯ 9

Зубчатые механизмы. Введение

Передача непрерывного вращения от одного вала (входного) к другому (выходному) с заданным передаточным отношением осуществляется в технике различного назначения с помощью зубчатых механизмов.

Зубчатые передачи представляют собой наиболее распространённый вид передач в современном машиностроении, особенно в станкостроении и авто-тракторной промышленности. Они надёжны в работе, имеют высокий КПД, просты в эксплуатации, долговечны, обеспечивают постоянство передаточного отношения. Недостатком их являются шум при работе на значительных скоростях и требование высокой точности при изготовлении и сборке.

Основной характеристикой любого механизма, в том числе зубчатого (рис. 9.1), является его передаточное отношение.

Передаточным отношением механизма называется отношение угловой скорости входного вала к угловой скорости выходного, т.е.

$$u_{ik} = \frac{\omega_i}{\omega_k}. \quad (9.1)$$

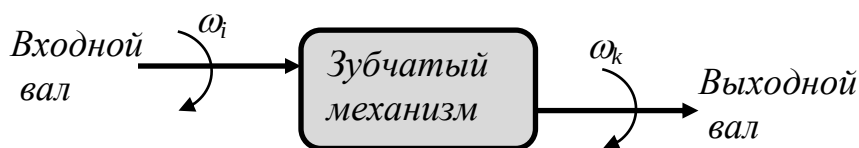


Рис. 9.1. Схема зубчатого механизма

Для плоских механизмов передаточное отношение считается положительным, если угловые скорости входного и выходного валов совпадают по направлению и отрицательным – в противном случае.

Виды зубчатых механизмов

Зубчатые механизмы содержат в своем составе зубчатые колеса, которые соединяются с валом жёстко или подвижно. На рис. 9.2 показаны схемы условных изображений различных соединений зубчатых колес с валом.

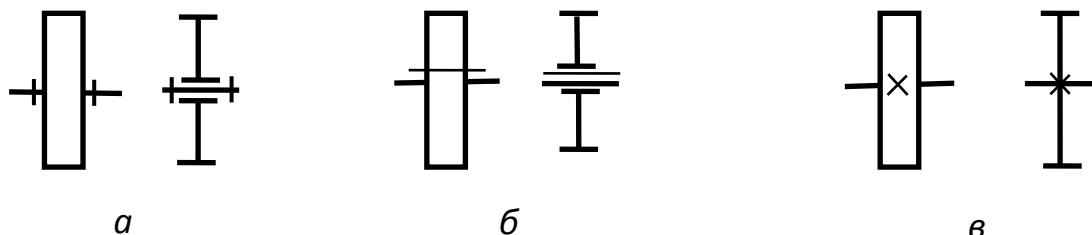


Рис. 9.2. Соединения зубчатого колеса с валом:

а – свободное; б – подвижное; в – глухое

Зубчатые механизмы классифицируются по различным признакам. Например, в зависимости от взаимного расположения валов они делятся на следующие виды:

с параллельными валами (передачи с цилиндрическими колесами);

с пересекающимися валами (передачи с коническими колесами);

со скрещивающимися валами (червячные передачи).

На рис. 9.3 изображены схемы некоторых простейших зубчатых механизмов.

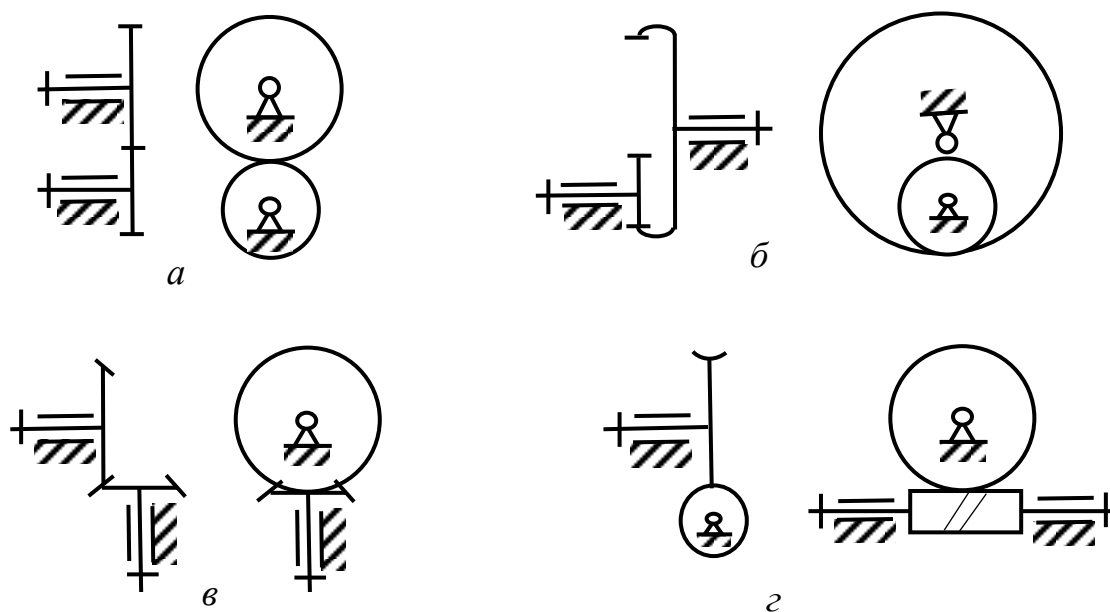


Рис. 9.3. Простейшие зубчатые механизмы:

а – внешнее зацепление цилиндрических колёс;

б – внутреннее зацепление цилиндрических колёс;

в – передача с коническими колесами;

г – червячная передача

В зависимости от формы зубьев, находящихся в зацеплении, колёса делятся на прямозубые, косозубые, шевронные, винтовые. Цилиндрические зубчатые колёса могут иметь прямые, косые и шевронные зубья. В косозубых цилиндрических колёсах зубья располагаются по винтовым линиям правого или левого направления. В шевронных зубчатых колёсах зубья образованы из двух винтовых линий противоположного направления. Конические зубчатые колёса могут иметь прямые, круговые, спиральные и шевронные зубья.

При использовании непрямоугольных колёс повышается плавность работы, уменьшаются износ и шум, увеличивается нагрузочная способность зубчатых колёс. Однако их производство существенно сложнее и дороже.

В зависимости от характера передаточного отношения зубчатые механизмы делятся на механизмы с постоянным, и переменным передаточным отношением. К последним относятся зубчатые механизмы с некруглыми колёсами.

В зависимости от профиля зуба колёса делятся на колёса с эвольвентными и неэвольвентными зубьями (например, передача Новикова с зубьями, очерченными дугами окружности).

Наибольшее применение в практике имеют зубчатые механизмы с цилиндрическими зубчатыми колёсами, передаточное отношение которых постоянно.

Основная теорема плоского зацепления

Для установления геометрических особенностей профилей зубьев двух колёс, находящихся в зацеплении между собой и обеспечивающих постоянное передаточное отношение при работе, рассмотрим высшую кинематическую пару, образованную звеньями 1 и 2 (рис. 9.4).

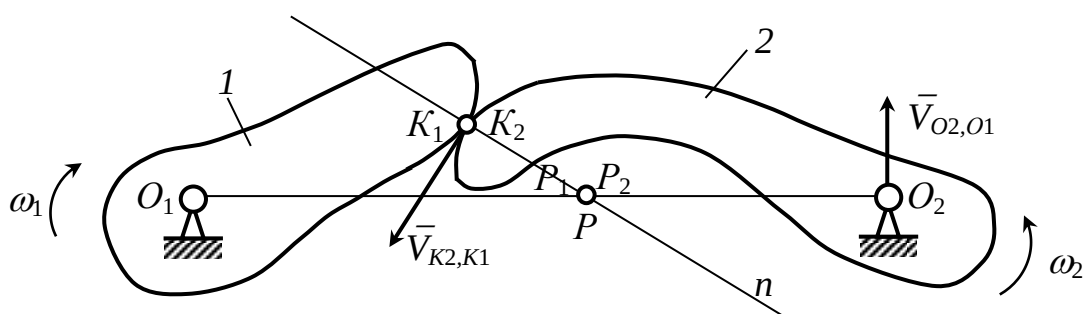


Рис. 9. 4. Высшая кинематическая пара

Рассмотрим движение звена 2 относительно звена 1, освободив при этом стойку O_1O_2 и остановив звено 1. Скорость $\vec{V}_{O_2, O_1}$ точки O_2 относительно звена 1 будет при таком движении направлена перпендикулярно линии центров O_1O_2 . Скорость $\vec{V}_{K_2, K_1}$ точки контакта K_2 звена 2 относительно точки K_1 звена 1 будет направлена перпендикулярно нормали n к соприкасающимся профилям звеньев. Следовательно, точка P_1 , т.е. точка пересечения перпендикуляров к векторам относительных скоростей $\vec{V}_{O_2, O_1}$ и $\vec{V}_{K_2, K_1}$, будет являться мгновенным центром вращения звена 2 относительно звена 1.

Аналогично точка P_2 является мгновенным центром вращения звена 1 относительно звена 2. Точки P_1 и P_2 совпадают с точкой P , лежащей на линии центров O_1O_2 . Точка P называется **полюсом зацепления**.

Скорости точек P_1 и P_2 одинаковы, т.е. $\vec{V}_{P_1} = \vec{V}_{P_2}$. Учитывая, что

$V_{P_1} = O_1P \cdot \omega_1$ и $V_{P_2} = O_2P \cdot \omega_2$, получим

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}. \quad (9.2)$$

Отсюда следует вывод: **общая нормаль к профилям звеньев высшей пары в точке их касания делит линию центров на части, обратно-пропорциональные угловым скоростям звеньев.**

В зубчатой передаче, состоящей из пары колёс, окружности, проходящие через полюс зацепления, называются **начальными** (рис. 9.5). Радиусы начальных окружностей на рис. 9.5 обозначены через r_{w1} и r_{w2} .

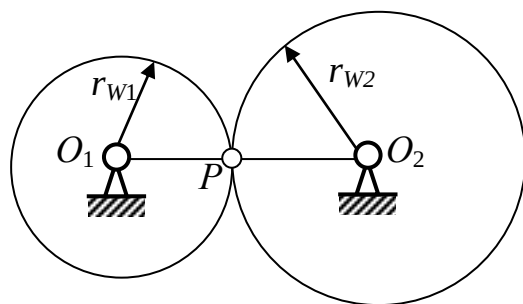


Рис. 9.5. Начальные окружности зубчатого зацепления пары колёс

Начальные окружности при движении зубчатых колёс перекатываются одна по другой без скольжения. Они являются **центроидами** в относительном движении колёс.

Геометрические элементы прямозубого цилиндрического зубчатого колеса

Изобразим на рис. 9.6 элементы зубчатого колеса. Делительная окружность радиуса r делит зуб на головку и ножку.

Обозначим:

- | | |
|--|------------------------------|
| z – число зубьев, | s_t – толщина зуба, |
| r_a – радиус окружности вершин, | e_t – ширина впадины, |
| r_f – радиус окружности впадин, | h – высота зуба, |
| p_t – шаг по делительной окружности, | h_a – высота головки зуба, |
| τ – угловой шаг, | h_f – высота ножки зуба. |

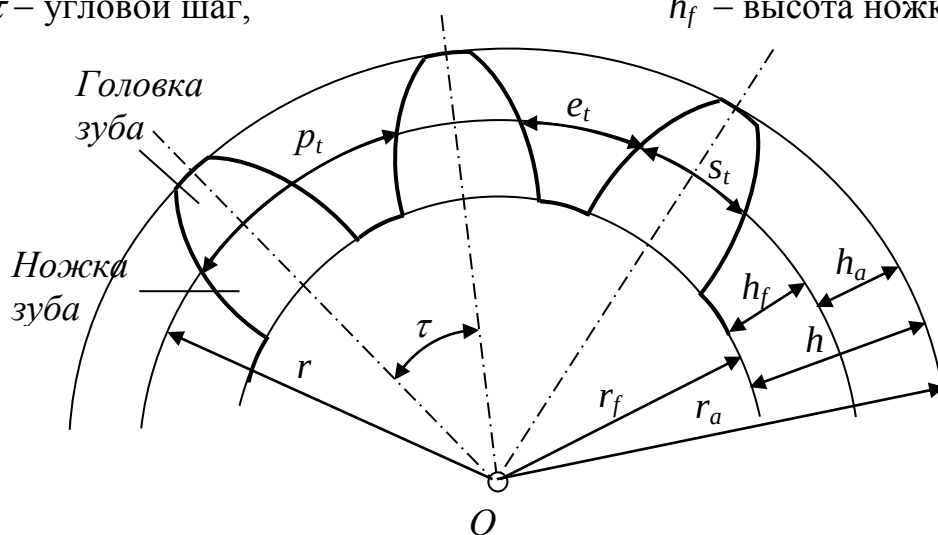


Рис. 9.5. Элементы зубчатого колёса

Основными характеристиками зубчатого колеса являются его **модуль** m и **число зубьев** z .

Модулем зубчатого колеса называется отношение окружного шага p_t по делительной окружности к числу π , т.е.

$$m = \frac{p_t}{\pi} \text{ (мм)}. \quad (9.3)$$

Величина модуля является стандартной и выбирается из следующих рядов чисел:

1-й ряд: 1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 40; 50; 60; 80; 100.

2-й ряд: 1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9; 11; 14; 18; 22; 28; 36; 45; 55; 70; 90.

1-й ряд более предпочтителен.

Окружность зубчатого колеса, по которой модуль имеет стандартное значение, называется **делительной**.

Модуль определяется из прочностного расчёта зубчатых передач, а число зубьев назначается конструктором. Зная модуль m и число зубьев z , можно определить все размеры зубчатых колёс передачи.

Длина делительной окружности зубчатого колеса определяется выражением:

$$2 \cdot \pi \cdot r = p_t \cdot z \text{ или } d = \frac{p_t}{\pi} z,$$

откуда

$$d = m \cdot z, \quad (9.4)$$

где d – диаметр делительной окружности;

z – число зубьев колеса.

Эвольвентное зацепление

Наибольшее распространение в зубчатых передачах, применяемых в современном машиностроении, получило зацепление, называемое эвольвентным. Профили зуба в таком зацеплении очерчены эвольвентой окружности.

Использование эвольвенты для образования профиля зуба было предложено Л. Эйлером (1765 г.), доказавшим, что эта кривая обладает рядом преимуществ по сравнению с другими кривыми при выборе профиля зубьев колёс в зубчатых передачах.

Эвольвентой окружности называется плоская кривая, описываемая точкой прямой линии, обкатывающейся по окружности без скольжения. При этом прямая линия называется **производящей**, а окружность – **основной**. На рис. 9.6 показана схема образования эвольвенты окружности.

При перекачивании производящей прямой n из положения n_1 в положение n_2 по основной окружности диаметра d_b точки K , T и M описывают каждая свою эвольвенту.

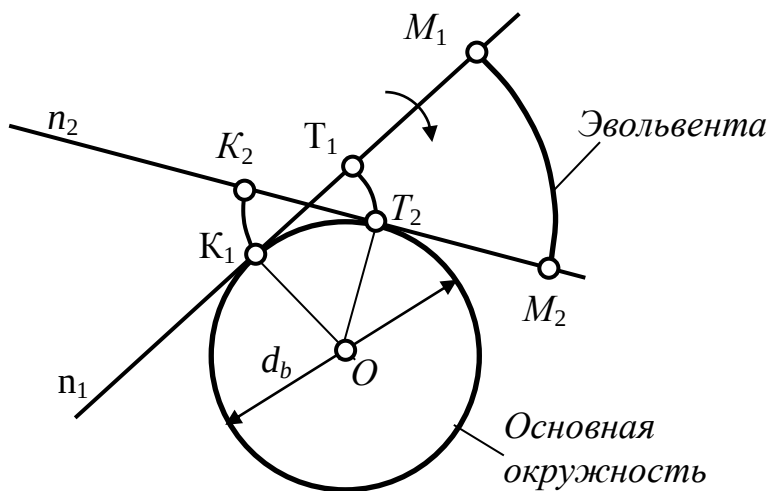


Рис. 9.6. Образование эвольвенты

Составим уравнение эвольвенты в параметрическом виде.

Из определения эвольвенты и построений на рис. 9.7 следует, что длина дуги $\widehat{K_0 K_X}$ равна длине отрезка $M_X K_X$, т.е.

$$\widehat{K_0 K_X} = M_X K_X. \quad (9.5)$$

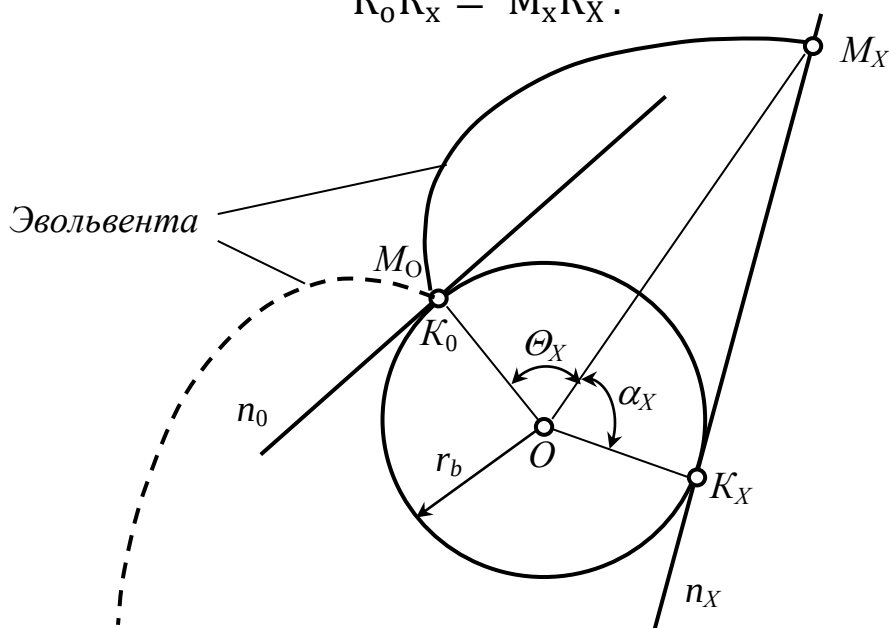


Рис. 9.7. Профильный α_X и эвольвентный θ_X углы

Подставив в (9.5) длину дуги

$$\widehat{K_0 K_X} = r_b (\theta_X + \alpha_X), \quad (9.6)$$

и длину отрезка

$$M_X K_X = r_b \cdot \operatorname{tg} \alpha_X, \quad (9.7)$$

получим:

$$\theta_X = \operatorname{tg} \alpha_X - \alpha_X, \quad (9.8.)$$

где θ_X – эвольвентный угол;

α_X – профильный угол.

Величину $\text{inv} \alpha_X = \text{tg} \alpha_X - \alpha_X$ называют **инволютой** угла α_X . Тогда уравнение эвольвенты в краткой форме будет иметь вид:

$$\theta_X = \text{inv} \alpha_X. \quad (9.9)$$

В уравнениях (9.6), (9.8) и (9.9) углы θ_X и α_X следует подставлять в радианной мере.

Свойства эвольвенты окружности

1. Эвольвента – симметричная кривая, имеющая две ветви, сходящиеся в точке K_0 , лежащей на основной окружности. Следовательно, эвольвента не имеет точек внутри основной окружности.

2. Точка K_X является мгновенным центром скоростей прямой n и центром кривизны эвольвенты в точке M_X . Поэтому нормалью к эвольвенте в любой её точке является прямая, касательная к основной окружности.

3. Отрезок $K_X M_X$ является радиусом ρ_X кривизны эвольвенты в точке M_X .

4. Угол профиля α_X и радиус кривизны ρ_X в начальной точке K_0 равны нулю. По мере удаления точек эвольвенты от основной окружности угол профиля α_X и радиус кривизны ρ_X увеличиваются.

Свойства эвольвентного зацепления

Изобразим на рис. 9.8 основные элементы картины внешнего эвольвентного зацепления пары зубчатых колёс.

Обозначим:

O_1 и O_2 – центры вращения колёс;

a_W – межосевое расстояние;

K – точка контакта зубьев;

P – полюс зацепления;

α_W – угол зацепления;

AB – линия зацепления;

ab – активная линия зацепления;

r_{W1} и r_{W2} – радиусы начальных окружностей колёс;

r_{b1} и r_{b2} – радиусы основных окружностей колёс;

ω_1 и ω_2 – угловые скорости колёс;

c – радиальный зазор;

y – воспринимаемое смещение.

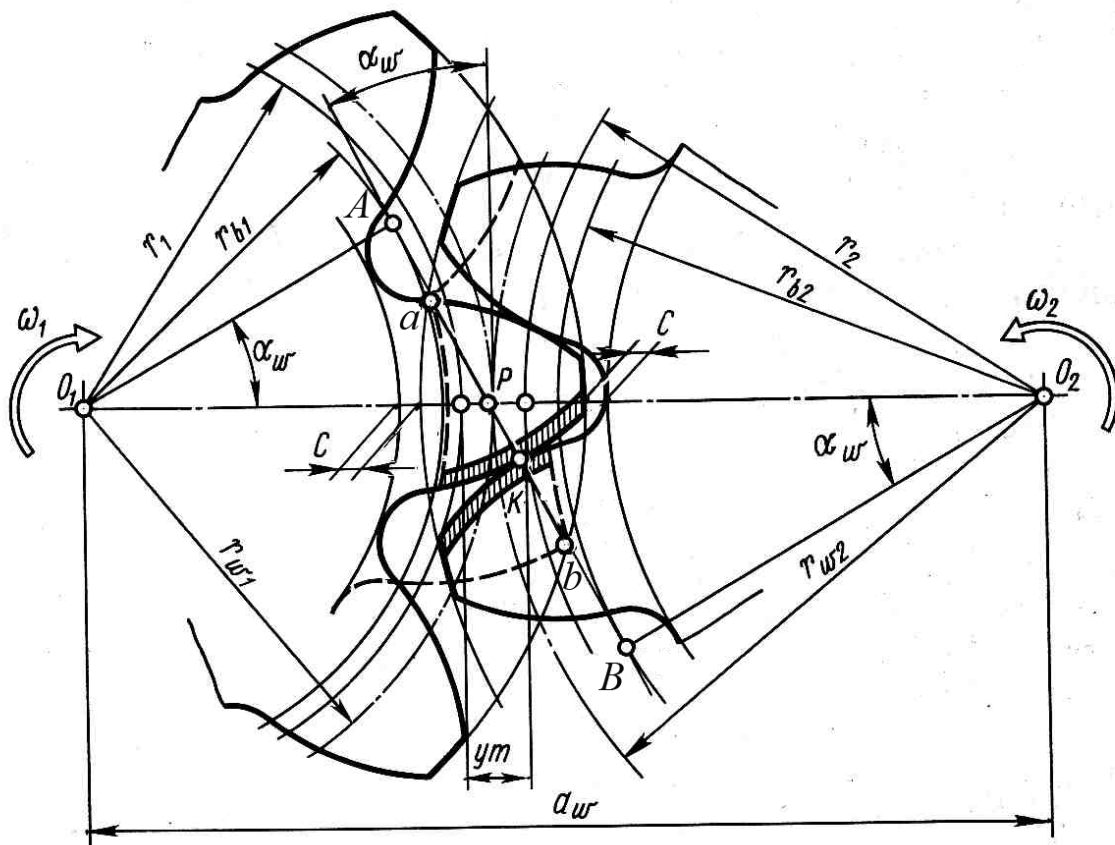


Рис. 9.8. Основные элементы картины внешнего эвольвентного зацепления пары зубчатых колёс

Внешнее эвольвентное зацепление пары зубчатых колёс обладает следующими свойствами:

1. Обеспечивает постоянство передаточного отношения при работе передачи, т.е.

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P} = \text{const.}$$

Это следует из того, что общая нормаль к профилям зубьев в точке K их контакта касается одновременно обеих основных окружностей и пересекает линию центров O_1O_2 всегда в одной и той же точке P .

2. Точка K контакта зубьев перемещается по линии зацепления AB на участке ab , который называется **активной линией зацепления**. Линия зацепления AB лежит на нормали к соприкасающимся профилям зубьев.

3. Величина и постоянство передаточного отношения эвольвентной передачи не нарушатся при некотором небольшом изменении межосевого расстояния a_w между центрами колёс O_1 и O_2 .

4. Изготовление эвольвентных колёс и инструмента для их нарезания является наиболее простым, что имеет важное практическое значение.

ЛЕКЦИЯ 10

Методы нарезания зубчатых колёс

Зубчатые колёса с эвольвентным профилем зубьев нарезаются на специальных зуборезных станках двумя методами: **методом копирования** и **методом обкатки**.

При методе копирования применяются дисковые фрезы на горизонтально-фрезерном станке или пальцевые – на вертикально-фрезерном (рис. 10.1). Режущие кромки фрезы копируют форму впадины между зубьями колеса. Фреза 2 вращается, а поступательное движение заготовки 1 вдоль оси осуществляется столом станка. За каждый ход заготовки прорезается одна впадина между соседними зубьями. Затем заготовка возвращается в исходное положение и поворачивается делительным механизмом на угловой шаг $\tau = 2\pi/z$ зубчатого колеса.

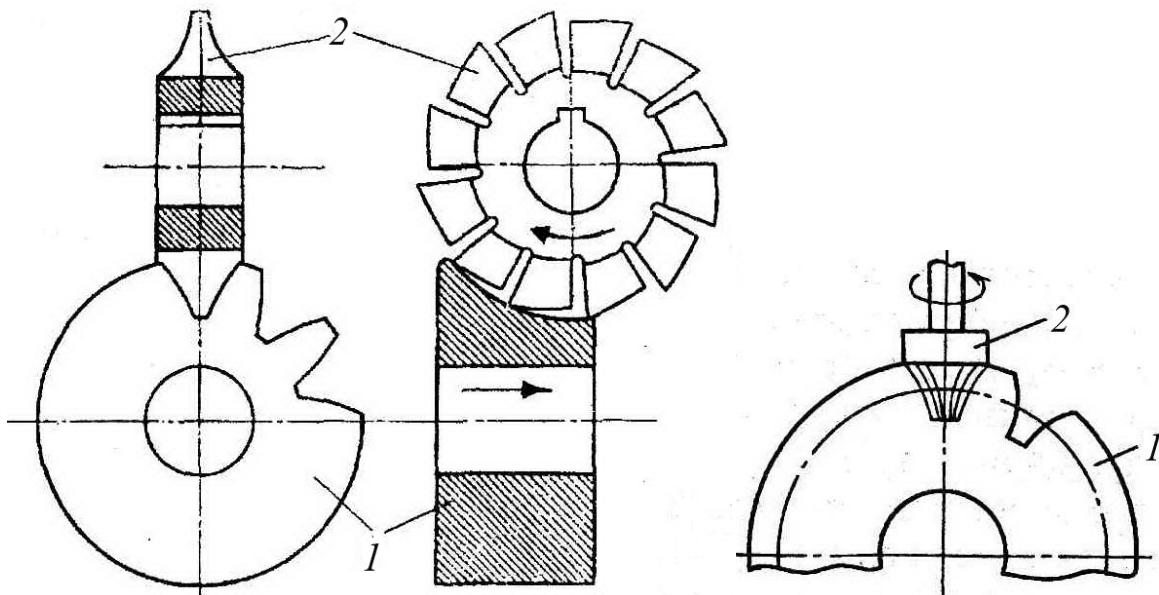


Рис. 10.1. Нарезание колеса методом копирования

Данный метод изготовления профилей является сравнительно мало производительным, выполняется с заведомой погрешностью из-за неточности поворота заготовки на величину углового шага (неточность деления), требует большого набора фрез, так как форма впадины при одном и том же модуле изменяется в зависимости от числа зубьев z нарезаемого колеса.

Более производительным и распространённым при нарезании зубьев является метод обкатки, или огибания. При этом применяются зубодолбление зубчатым колесом (долбяком) с режущими гранями на зубьях на зубодолбёжном станке (рис. 10.2 а), зубострогание при помощи инструментальной рейки-гребёнки (рис. 10.2 б), и зубофрезерование червячными фрезами (рис. 10.2 в). При этом методу режущему инструменту 2 и заготовке 1 сообщают такие же относительные движения, которые имеют зубчатые колёса в зацеплении.

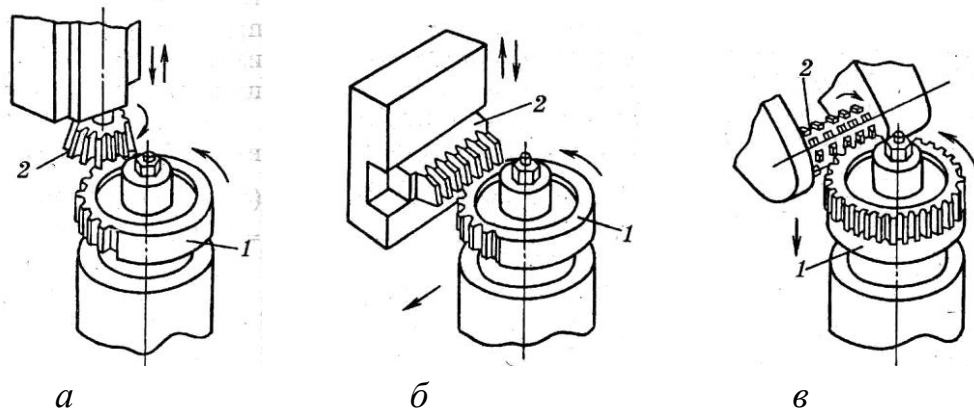


Рис. 10.2. Нарезание колеса методом обкатки

Рассмотрим нарезание зубьев рейкой. Контур зубьев рейки с режущими кромками (рис. 10.3) называется **исходным производящим контуром** (ИПК).

Прямая, по которой толщина зуба рейки равна ширине впадины, т.е. половине шага $p = \pi \cdot m$, называется **делительной** (средней) прямой.

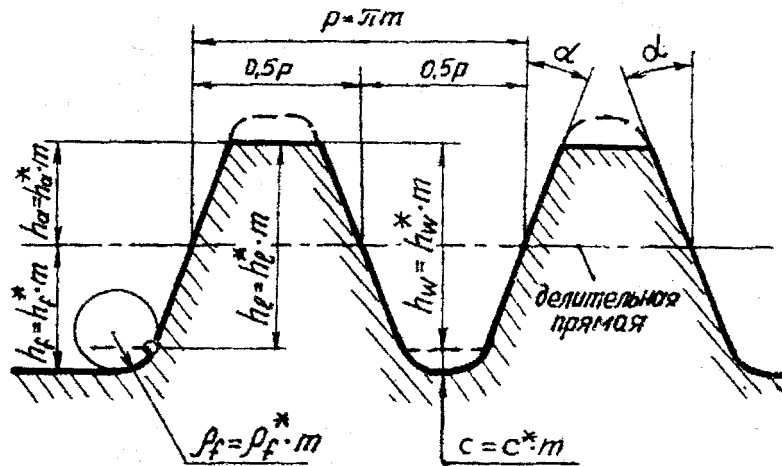


Рис. 10.3. Исходный производящий контур (ИПК)

Геометрические параметры ИПК стандартизованы (ГОСТ 13755-81) и приведены в табл. 10.1 для профиля с коэффициентом высоты головки зуба $h_a^* = 1$. Реже используют профиль ИПК с укороченными зубьями и $h_a^* = 0,8$.

При нарезании зубьев режущему инструменту (рейке) сообщают два движения:

1. Движение обкатки, при котором начальная прямая H рейки перекатывается без скольжения по делительной окружности нарезаемого колеса;
2. Движение резания вдоль оси нарезаемого колеса.

Таблица 10.1

Параметры исходного производящего контура

Параметр	Условное обозначение	Численное значение
Угол главного профиля	α	20°
Коэффициент высоты головки зуба	h_a^*	1
Коэффициент радиального зазора	c^*	0,25
Коэффициент высоты ножки зуба	h_f^*	1,25
Коэффициент граничной высоты	h_l^*	2
Коэффициент глубины захода зубьев	h_w^*	2
Коэффициент радиуса кривизны переходной кривой	ρ_f^*	0,38

На станке нарезание зубьев может производиться при различном расположении реечного инструмента и заготовки. На рис. 10.4 показаны три варианта возможного размещения инструмента относительно центра колеса.

Положение рейки определяется смещением $x \cdot m$, где величина x называется **коэффициентом смещения**.

Рассмотрим каждый из трёх вариантов установки рейки отдельно.

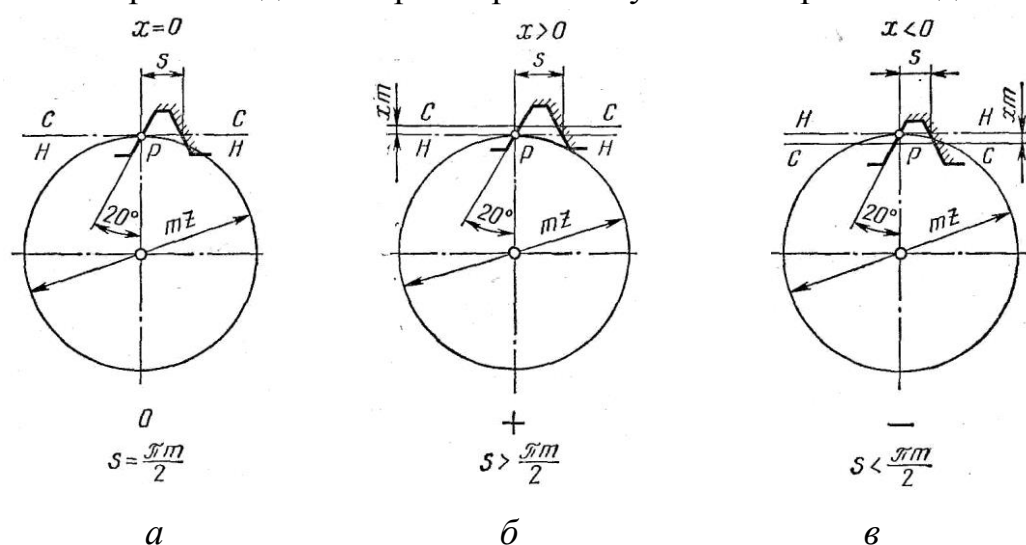


Рис. 10.4. Различные положения рейки относительно заготовки при нарезании колеса

В первом варианте (рис. 10.4 а) средняя (делительная) прямая C рейки совпадает с начальной прямой H рейки, которая перекачивается по делительной окружности колеса. Смещение рейки $x \cdot m$ равно нулю (в данном случае $x = 0$). При такой установке рейки при нарезании получим **нулевое колесо**. Толщина S зуба колеса по делительной окружности будет равна ширине впадины.

Во втором варианте (рис. 10.4 б) делительная прямая C рейки смещена от центра заготовки на величину $x \cdot m > 0$. Величина коэффициента смещения здесь $x > 0$. При такой установке рейки при нарезании получим **положительное**

колесо. Толщина S зуба колеса по делительной окружности будет больше ширины впадины.

В третьем варианте (рис. 10.4 в) делительная прямая S рейки смещена к центру заготовки на величину $x \cdot m < 0$. Величина коэффициента смещения здесь $x < 0$. При такой установке рейки при нарезании получим **отрицательное колесо**. Толщина S зуба колеса по делительной окружности будет меньше ширины впадины.

На рис. 10.5 показаны профили зубьев трёх колёс с одинаковыми числами зубьев, но нарезанных с различными смещениями одним и тем же инструментом. Профили зубьев очерчены по одной и той же эвольвенте, но на разных её участках. Смещение рейки влияет на толщину зубьев по делительной окружности и радиусы окружностей вершин r_a . С увеличением коэффициента смещения толщина зуба у основания увеличивается (повышается прочность зуба на изгиб), но у вершины толщина зуба уменьшается. При некотором критическом значении коэффициента смещения наступает заострение зуба, толщина зуба по окружности вершин равна нулю. Опасность заострения особенно велика при нарезании колёс с малым числом зубьев (меньше 17). Для предотвращения излома и выкрашивания заострённого зуба при работе зубчатой передачи коэффициент смещения назначают таким, чтобы толщина зуба на окружности вершин была бы не меньше $0,2 \cdot m$, т.е. ($s_a \geq 0,2 \cdot m$).

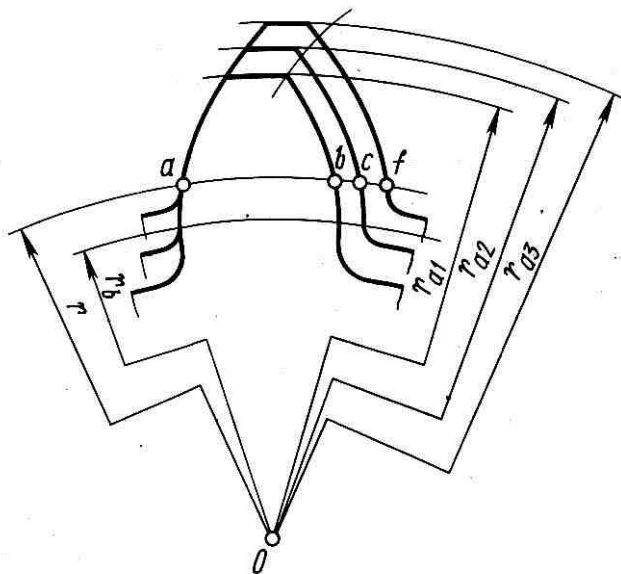


Рис. 10.5. Профили зубьев колеса при разных установках рейки

При нарезании колёс с малым числом зубьев по методу обкатки может возникнуть явление врезания головки режущего инструмента в ножку колеса. При этом траектория вершины зубьев инструмента пересекает эвольвентный профиль зуба. Это явление называется *подрезанием зуба*. Зуб, подрезанный у основания (рис. 10.6), теряет прочность на изгиб. Уменьшение эвольвентной части профиля зуба приводит к сокращению продолжительности зацепления каждой пары зубьев передачи, что ведёт, в свою очередь, к непостоянству передаточного отношения зубчатой передачи.

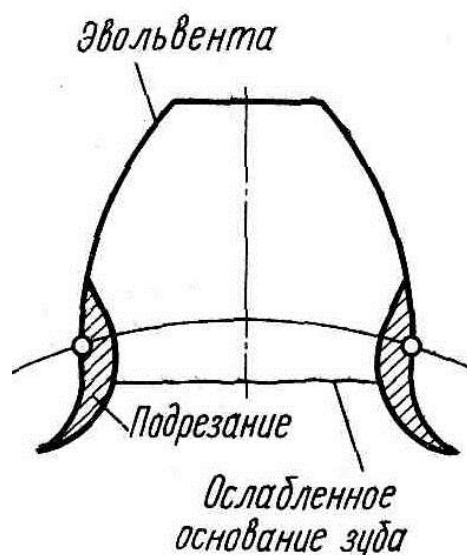


Рис. 10.6. Подрезание ножки зуба колеса

Для исключения подрезания ножки зуба при нарезании реечным инструментом при отсутствии смещения ($x = 0$) минимальное число зубьев колеса определяется по формуле

$$z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha}. \quad (10.1)$$

При угле зацепления $\alpha = 20^\circ$ и коэффициенте высоты головки $h_a^* = 1$ получим $z_{\min} = 17$. Для уменьшения габаритов зубчатой передачи при проектировании следует брать колёса с малым числом зубьев. Однако при $z_{\min} < 17$ для исключения подреза ножки зуба необходимо принимать положительное смещение инструмента.

Минимальный коэффициент смещения при отсутствии подреза:

$$x_{\min} = \frac{h_a^* (z_{\min} - z)}{z_{\min}}. \quad (10.2)$$

Переходя к минимальному значению $z_{\min}$ и $h_a^* = 1$, получим:

$$x_{\min} = \frac{17 - z}{17}. \quad (10.3)$$

Из формулы (10.2) следует, что зубчатое колесо с $z > z_{\min}$ можно нарезать с положительным, нулевым и отрицательным смещениями инструмента, так как для такого колеса $x_{\min} < 0$. Для зубчатого колеса с числом зубьев $z = z_{\min}$ можно принимать положительное или нулевое смещение, а для колеса с числом зубьев $z < z_{\min}$ — только положительное.

Выбор коэффициентов смещения

Положение исходного производящего контура (ИПК) относительно делительной окружности проектируемого зубчатого колеса при нарезании зубьев методом огибания оказывает существенное влияние на форму профиля зуба и, следовательно, на эксплуатационные свойства проектируемого зацепления.

Относительное положение ИПК и нарезаемого зубчатого колеса определяется коэффициентом смещения, который может принимать как положительные,

так и отрицательные значения, а также равняться нулю. Коэффициент смещения влияет на форму зуба, который может оказаться подрезанным у ножки или заострённым на его вершине. Подобные формы зуба считаются недопустимыми.

При свободном выборе межосевого расстояния для выбора коэффициентов смещения x_1 у шестерни и x_2 у колеса, образующих зубчатую передачу, необходимо руководствоваться данными таблиц 10.2 и 10.3, которые учитывают рекомендации ГОСТ 16532 – 70.

При заданном межосевом расстоянии a_w , которое отличается от делительного a , выбор коэффициентов смещения колес зубчатой передачи зависит от величины коэффициента суммы смещений x_Σ и чисел зубьев z_1 шестерни и z_2 колеса. Разбивку величины x_Σ на отдельные x_1 и x_2 в этом случае необходимо производить, руководствуясь данными таблицы 10.4, которые также включают рекомендации ГОСТ 16532–70.

Таблица 10.2

**Коэффициенты смещения
для кинематических зубчатых передач**

z_1 и z_2	x_1	x_2
$z_{1,2} \geq 17$	0	0
$z_1 = 12...16$ $z_2 \geq 22$	+ 0,3	– 0,3
$z_1 < 12$ $z_2 \geq 34 - z_1$	$(17 - z_1) / 17$	– x_1
$z_{1,2} = 7...11$	$\geq (17 - z_1) / 17$	$\geq (17 - z_2) / 17$

Таблица 10.3

**Коэффициенты смещения для силовых передач
при свободном выборе межосевого расстояния**

z_1, z_2	x_1	x_2
$z_1 = 14...20$ $z_2 \geq 50$	0,3	– 0,3
$z_1 = 10...30$ $z_2 \leq 30$	0,5	0,5
$z_1 = 10...30$ $z_2 > 32$	0,5	0
$z_1 = 5...9$ $z_2 \leq 30$	$x_1 = 0,03(30 - z_1)$	$x_2 = 0,03(30 - z_2)$

**Коэффициенты смещения для силовых
и кинематических передач при заданном межосевом расстоянии**

x_Σ	z_1 и z_2	x_1	x_2
0...0,5	$z_1 \geq 17(1 - x_\Sigma)$, но не менее 10 $z_2 \geq 17$	x_Σ	0
0,5...1,0	$z_1 \geq 10$ $z_2 \geq 17(1,5 - x_\Sigma)$	0,5	$x_\Sigma - 0,5$
$x_\Sigma \geq 2 - (z_1 + z_2)/17$	$z_1 < 10$	$(17 - z_1)/17$	$x_\Sigma - x_1$

Величина коэффициента x зубчатого колеса должна быть в пределах:

$$x_{\min} \leq x \leq x_\Delta,$$

где $x_{\min} = (17 - z) / 17$ – коэффициент наименьшего смещения исходного контура, при котором отсутствует подрезание ножки зуба;

x_Δ – коэффициент наибольшего смещения исходного контура, при котором отсутствует геометрическое заострение зуба.

Для ориентировочного выбора или проверки коэффициентов смещения на рис. 10.7 приведены графики $x(z)$, ограничивающие область, в которой не наблюдаются ни подрез зуба (границная линия 1), ни заострение вершины (границная линия 2)

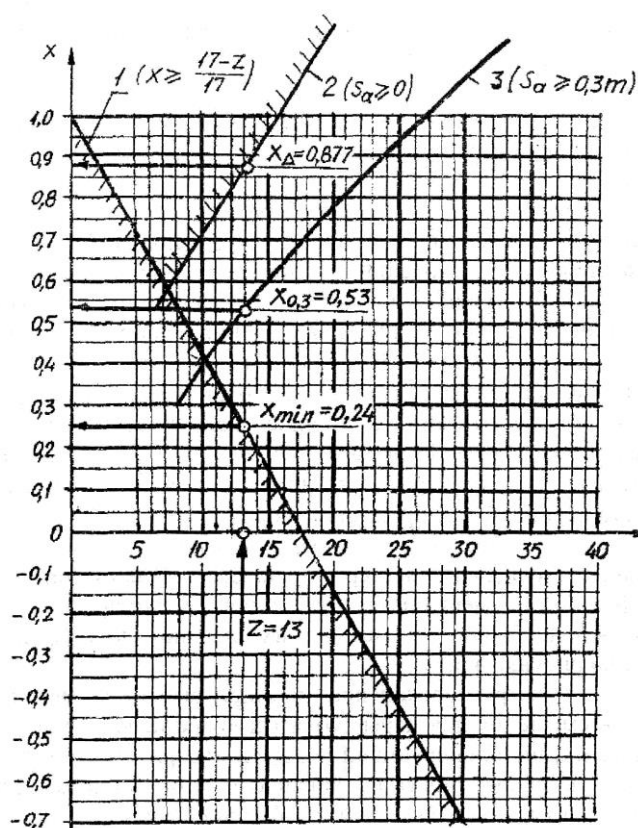


Рис. 10.7. График $x(z)$

Граничная линия 3 определяет область, внутри которой толщина зуба s_a на окружности вершин удовлетворяет условию $s_a \geq 0,3m$, которое рекомендуется принимать как граничное при проектировании. Например, для $z = 13$ коэффициент $x_{\min} = 0,24$, а коэффициент $x_A = 0,877$. При $x_{03} = 0,53$ толщина зуба на окружности вершин будет примерно равна $0,3 \cdot m$.

Таким образом, при проектировании зубчатой передачи, состоящей из шестерни и колеса, после выбора коэффициентов смещения x_1 и x_2 по данным таблиц 10.2, 10.3 или 10.4 необходимо проверить их значения по графикам $x(z)$ на рис. 10.7.

В конструкторской практике при выборе коэффициентов смещения для пары зубчатых колёс используют так называемый «блокирующий контур» (рис. 10.8), который представляет собою совокупность графиков x_1 (x_2), ограничивающих зону допустимых значений коэффициентов смещения с учётом многих качественных показателей передачи. Допустимые значения коэффициентов x_1 и x_2 содержатся внутри блокирующего контура.

Для каждой зубчатой передачи можно построить свой блокирующий контур. Пример такого контура для прямозубой передачи $z_1 = 12$, $z_2 = 15$ представлен линией на рис. 10.8.

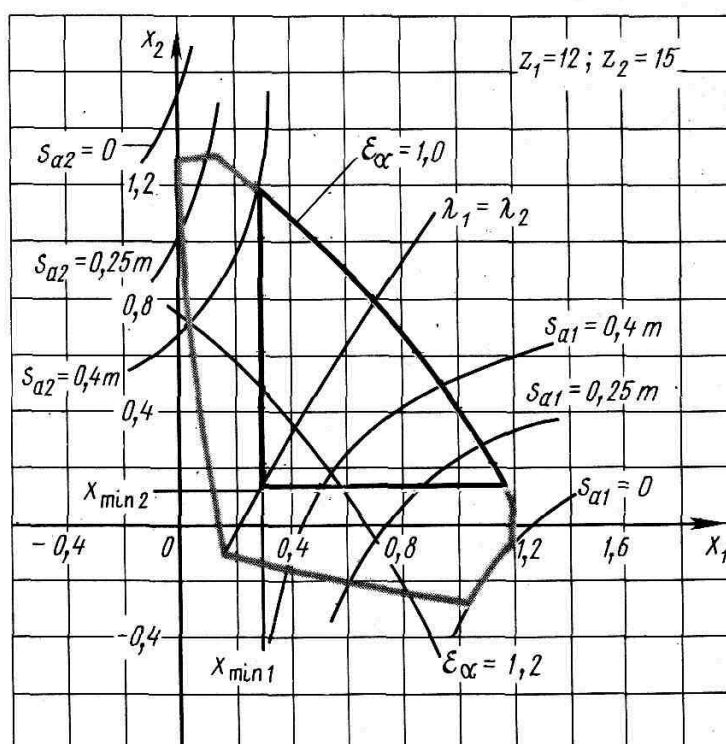


Рис. 10.8. Блокирующий контур для передачи $z_1 = 12$, $z_2 = 15$

Как видно, линии $s_{a1} = 0$, $s_{a2} = 0$ вышли за пределы допустимой области. Это указывает на то, что для передачи 12/15 ограничение по $\varepsilon_a = 1$ наступает раньше, чем ограничение по заострению. Помимо блокирующего контура в координатах x_1 и x_2 указывают также изолинию $\varepsilon_a = 1,2$, а иногда и некоторые другие, характеризующие геометрию и свойства зубчатой передачи.

На рис. 10.8 линиями указано также возможное расширение допустимой области, которое, однако, не рекомендовано стандартом.

Альбом блокирующих контуров для передачи с прямозубыми колесами, изготовленными стандартным реечным инструментом, имеется в различных справочных руководствах.

ЛЕКЦИЯ 11

Коэффициент перекрытия

Для плавной и безударной работы зубчатой передачи должно быть выполнено условие перекрытия работы одной пары зубьев по времени работой другой пары, т. е. каждая последующая пара зубчатых профилей должна войти в зацепление раньше, чем предшествующая пара выйдет из зацепления. В точках a и b (рис. 11.1) линия зацепления ($n - n$) пересекается окружностями вершин r_{a2} и r_{a1} зубьев колес.

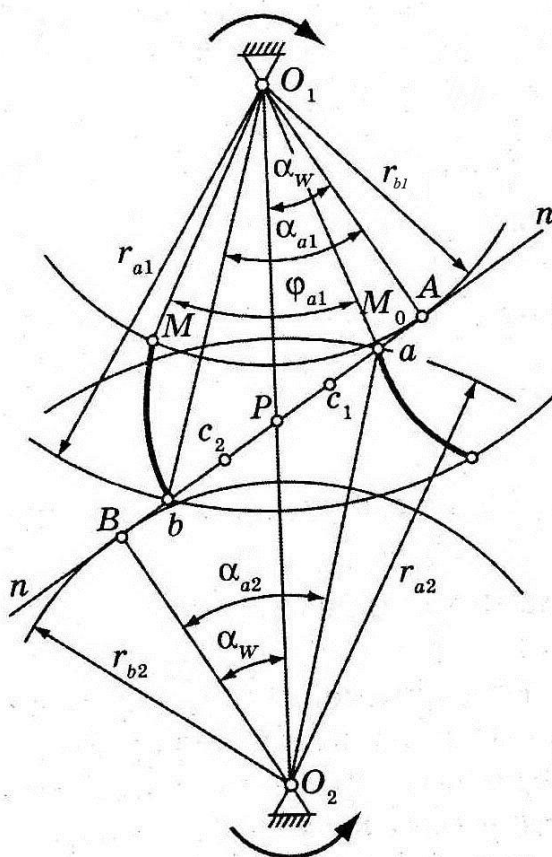


Рис. 11.1. Угол перекрытия φ_{a1} колеса 1

Если вращение колеса 1 происходит по ходу часовой стрелки, то в точке a сопряжённые профили входят в зацепление, а в точке b выходят из зацепления. Участок ab называется **активной линией зацепления**. Для нормальной работы зубчатой передачи необходимо, чтобы участок ab находился в пределах линии зацепления AB . Если точки a или b выйдут за эти пределы, то в зубчатой передаче произойдет заклинивание.

Угол поворота зубчатого колеса от положения входа зуба в зацепление до выхода из него называется *углом перекрытия* φ_α . Для перекрытия зацеплений пар зубьев этот угол должен быть больше углового шага $\tau = 2\pi/z$.

Отношение угла перекрытия колеса к его угловому шагу называется *коэффициентом перекрытия* прямозубой передачи:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varphi_{\alpha 1}}{\tau_1} = \frac{\varphi_{\alpha 2}}{\tau_2}. \quad (11.1)$$

Здесь

$$\varphi_{\alpha 1} = ab / r_{b1}. \quad (11.2)$$

Длина активной линии зацепления ab складывается из длин доплюсной aP и заплюсной bP её частей, т.е. $ab = aP + bP$. При этом

$$aP = r_{b2}(\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w), \quad (11.3)$$

$$bP = r_{b1}(\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w). \quad (11.4)$$

Учитывая, что радиусы основных окружностей:

$$r_{b1} = r_1 \cdot \cos \alpha = (m \cdot z_1 / 2) \cos \alpha;$$

$$r_{b2} = r_2 \cdot \cos \alpha = (m \cdot z_2 / 2) \cos \alpha,$$

получим после подстановки (11.3) и (11.4) в (11.2) формулу для определения коэффициента перекрытия прямозубой передачи:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + z_2 \operatorname{tg} \alpha_2 - (z_1 + z_2) \operatorname{tg} \alpha_w}{2\pi}. \quad (11.5)$$

Из формулы (11.5) следует, что коэффициент перекрытия ε_a зависит от чисел зубьев передачи и от коэффициентов смещения x_1 и x_2 .

Если при расчете по формуле (11.5) получится $\varepsilon_a < 1$, то в этом случае непрерывности процесса зацепления зубьев не будет: одна пара зубьев успеет выйти из зацепления еще до того, как следующая пара зубьев войдет в него. Поэтому минимально допустимым значением ε_a является 1,05, которое обеспечивает непрерывность процесса зацепления с 5% – м запасом.

Важно отметить, что с увеличением суммарного коэффициента смещения $x_\Sigma = x_1 + x_2$ величина коэффициента перекрытия несколько уменьшается. Поэтому при проектировании передачи коэффициенты смещения надо назначать так, чтобы ε_a не получился меньше 1,05.

Поясним геометрический смысл коэффициента перекрытия. На участке ac_1 рассматриваемая пара зубьев, входящая в зацепление, работает с предыдущей парой. На участке c_1c_2 работает только одна рассматриваемая пара зубьев. На участке c_2b рассматриваемая пара зубьев работает одновременно с последующей парой. Таким образом, на участках ac_1 и c_2b происходит двухпарное зацепление, т. е. имеет место перекрытие работы одной пары зубьев соседними парами. При $\varepsilon_a = 1$ в момент выхода одной пары зубьев из зацепления зубья другой пары входят в контакт. При $\varepsilon_a < 1$ зубья одной пары выходят из зацепления, а зубья последующей пары еще не успели соприкоснуться – неизбежна прерывистость в процессе зацепления с периодически повторяющимися ударами в момент входа очередной пары зубьев в зацепление.

Общий алгоритм синтеза зубчатой передачи

Рассмотрим принципиальную схему расчёта, изображённую в виде блок-схемы на рис. 11.2.

Исходными данными (блок 1) для расчёта зубчатой передачи являются числа зубьев z_1 шестерни и z_2 колеса, модуль m , а также может быть задано межосевое расстояние a_w .

Величины межосевого расстояния a_w и модуля m выбираются в зависимости от передаваемых нагрузок, материалов деталей и определяются из условия контактной прочности боковых поверхностей зубьев. В курсе теории механизмов выбор материалов деталей и допускаемых напряжений не проводят, так как эти вопросы рассматриваются в курсе «Детали машин».

Форма зубьев зубчатого колеса зависит от формы режущего инструмента, который применяется при изготовлении этого колеса. Поэтому геометрические параметры зуборезного инструмента также относятся к исходным данным при проектировании передачи. На рис. 10.3 изображён ИПК эвольвентной цилиндрической зубчатой передачи, а в таблице 10.1 приведены названия, обозначения и численные значения параметров ИПК для профиля зубьев с коэффициентом высоты головки зуба $h_a^* = 1$.

После анализа исходных данных необходимо определить делительное межосевое расстояние a (блок 2). Затем сравниваются между собой заданное межосевое расстояние a_w и делительное межосевое расстояние a . Если в условиях синтеза оговорено, что $a_w = a$, или величина a_w не задана, то необходимо перейти к выбору коэффициентов смещения x_1 и x_2 (блок 4). Если числа зубьев колёс z_1 и z_2 позволяют выбрать коэффициенты смещения x_1 и x_2 так, чтобы выполнялось условие $x_1 = -x_2$ (блок 5), то проектируемая передача будет являться равносмещённой, у которой угол зацепления α_w равен углу профиля α , т. е. $\alpha_w = \alpha = 20^\circ$, и межосевое расстояние a_w равно делительному межосевому расстоянию a , т.е. $a_w = a$ (блок 6). В случае $x_1 \neq -x_2$ после сравнения коэффициентов смещения необходимо перейти к определению угла зацепления α_w и межосевого расстояния a_w (блок 7), которые будут отличаться от угла α и расстояния a соответственно. При этом угол зацепления α_w можно определить по значению его эвольвентной функции по таблице 11.1. Например, значению $\text{inv}\alpha_w = 0,0353$ соответствует угол $\alpha_w = 26^\circ 20'$ или $\alpha_w = 26,33^\circ$.

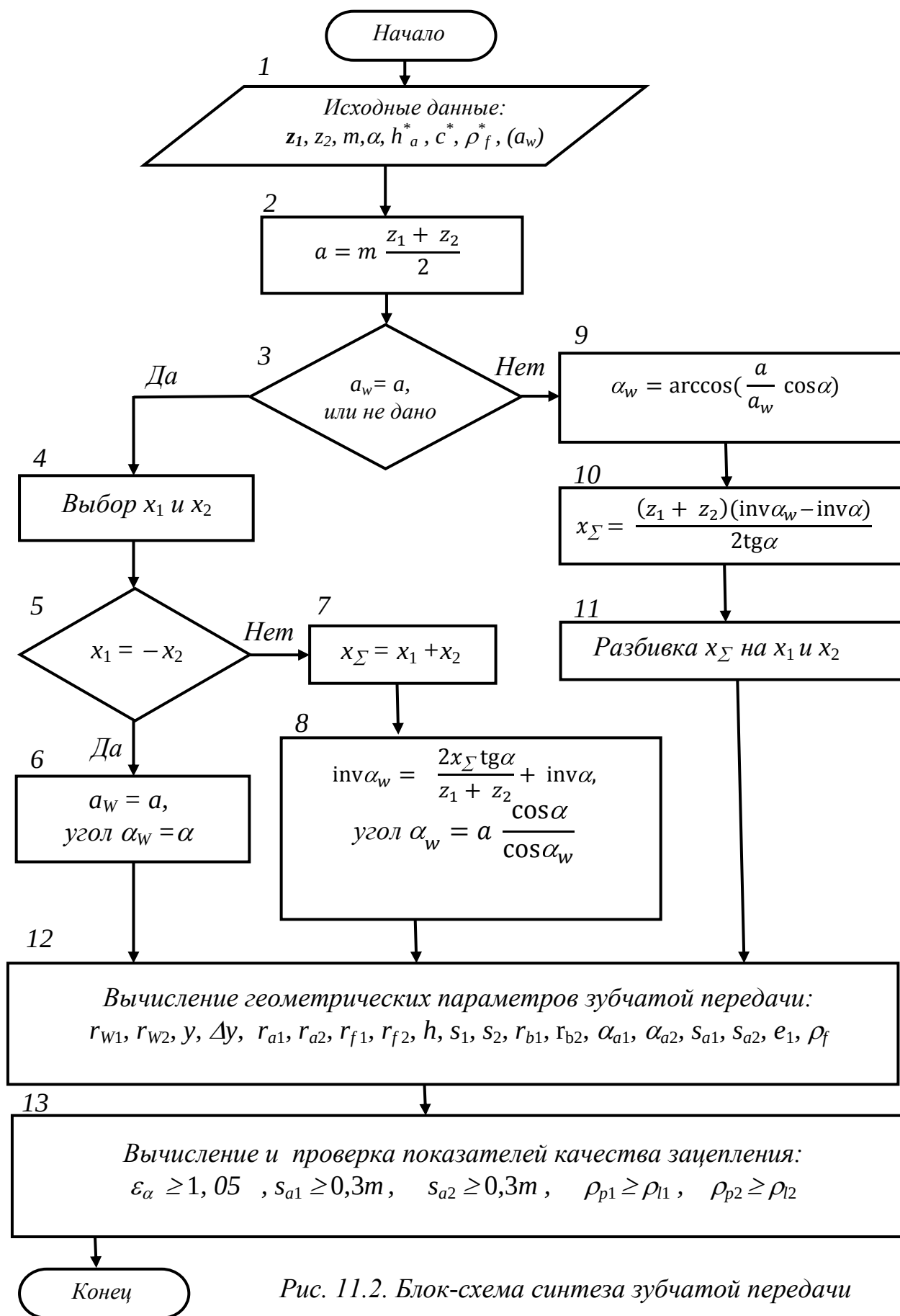


Рис. 11.2. Блок-схема синтеза зубчатой передачи

Таблица 11.1

Значения эвольвентной функции $\operatorname{inv} \alpha = \theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$

Градус	Порядок	0'	10'	20'	30'	40'	50'
2	0,000	01318	01804	02253	02771	03364	04035
4	0,000	11364	12847	14453	16189	18059	20067
6	0,00	03845	04175	04524	04892	05280	05687
8	0,00	09145	09732	10343	10980	11643	12332
10	0,00	17941	18860	19812	20795	21810	22859
11	0,00	23941	25057	26208	27394	28016	29875
12	0,00	31171	32504	33875	35285	36735	38224
13	0,00	39754	41325	42938	44593	46291	48033
14	0,00	49819	51650	53526	55448	57417	59434
15	0,00	61488	63611	65773	67985	70248	72561
16	0,0	07493	07735	07982	08234	08492	08756
17	0,0	09025	09299	09580	09866	10158	10456
18	0,0	10760	11071	11387	11709	12038	12373
19	0,0	12715	13063	13418	13779	14148	14523
20	0,0	14904	15293	15689	16092	16502	16920
21	0,0	17345	17777	18217	18665	19120	19583
22	0,0	20054	20533	21019	21514	22018	22529
23	0,0	23044	23577	24114	24660	25214	25778
24	0,0	26350	26931	27521	28121	28729	29348
25	0,0	29975	30613	31260	31917	32583	33260
26	0,0	33947	34644	35352	36069	36798	37537
27	0,0	38287	39047	39819	40602	41395	42201
28	0,0	43017	43845	44685	45537	46400	47276
29	0,0	48164	49064	49976	50901	51838	52788
30	0,0	53751	54728	55711	56720	57736	58765
31	0,0	58809	60856	61937	63022	64122	65236
32	0,0	66364	67507	68665	69838	71026	72230
33	0,0	73449	74684	75934	77200	78483	79781
34	0,0	81097	82422	83777	85142	86525	87925
35	0,0	89342	90777	92230	93701	95190	96698
36	0	09822	09977	10133	10292	10452	10614
37	0	10778	10944	11113	11283	11455	11630
38	0	11806	11985	12165	12348	12534	12721
39	0	12911	13102	13297	13493	13692	13893
40	0	14097	14303	14511	14722	14936	15152
41	0	15370	15591	15815	16041	16270	16502
42	0	16737	16974	17214	17457	17702	17951
43	0	18202	18457	18714	18975	19238	19505
44	0	19774	20047	20323	20603	20885	21171
45	0	21460	21753	22049	22348	22651	22958
46	0	23268	23582	23899	24220	24545	24874
47	0	25206	25543	25883	26228	26576	26929
48	0	27285	27646	28012	28381	28755	29133
49	0	29516	29983	30295	30691	31092	31498
50	0	31909	32324	32745	33171	33681	34037

Вернёмся к блоку сравнения величин a_w и a (блок 3). Если межосевое расстояние a_w задано и отличается от величины a , то после блока сравнения 3 производится определение угла зацепления α_w (блок 9), затем вычисляется коэффициент суммы смещений x_Σ (блок 10), который затем разбивается на отдельные коэффициенты смещения x_1 и x_2 для шестерни и колеса (блок 11).

Таким образом, после выполнения операций, указанных в блоках 5, 6, 7 или 11, становятся определёнными: коэффициенты смещения x_1 для шестерни и x_2 для колеса, межосевое расстояние a_w и угол зацепления α_w .

Следующим этапом проектирования передачи является определение геометрических параметров передачи и каждого из колёс (блок 12). Здесь определяются радиусы начальных окружностей колеса и шестерни r_{w1} и r_{w2} , коэффициенты воспринимаемого y и уравнивающего Δy смещения, радиусы окружностей вершин зубьев r_{a1} и r_{a2} , радиусы окружностей впадин r_{f1} и r_{f2} , радиусы основных окружностей r_{b1} и r_{b2} , толщина зубьев s_1 , s_2 и ширина впадин e_1 , e_2 по делительной окружности каждого колеса, углы профиля зуба в точке на окружности вершин α_{a1} и α_{a2} , радиус кривизны ρ_f переходной кривой профиля зуба.

Последним этапом синтеза зубчатой передачи является вычисление и проверка показателей качества зацепления (блок 13). Качественные показатели позволяют оценить зубчатую передачу по плавности, непрерывности взаимодействия зубьев и бесшумности зацепления, возможности износа и прочности зубьев.

К геометрическим показателям качества зацепления относят следующие параметры.

1. Отсутствие подрезания зуба. Подрезание ножки зуба уменьшает толщину зуба у корня, снижает изгибную прочность зуба, а иногда снижает величину коэффициента перекрытия. Подрезание отсутствует, если коэффициенты смещения x_1 и x_2 больше коэффициентов наименьшего смещения x_{1min} и x_{2min} , т. е. $x_1 \geq x_{1min}$ и $x_2 \geq x_{2min}$. Величины x_{1min} и x_{2min} определяются по формулам:

$$x_{1min} = (17 - z_1) / 17 \quad \text{и} \quad x_{2min} = (17 - z_2) / 17.$$

2. Отсутствие заострения зуба. В зависимости от величины передаваемых нагрузок и материалов, из которых изготавливаются зубчатые колёса, наименьшая толщина зуба s_a на окружности вершин не должна быть менее $(0,1 \dots 0,4) m$. Для большинства случаев удовлетворительным считается соотношение $s_a \geq 0,3m$.

3. Коэффициент перекрытия. Величина коэффициента перекрытия ε_α зубчатой передачи характеризует непрерывность и плавность зацепления в работе. Каждая последующая пара зубьев должна войти в зацепление ещё до того, как предыдущая пара выйдет из зацепления. Минимально допустимым значением коэффициента перекрытия является $\varepsilon_\alpha = 1,05$, которое обеспечивает непрерывность процесса зацепления с запасом 5 %, т. е. для удовлетворительной работы передачи необходимо выполнение условия $\varepsilon_\alpha \geq 1,05$.

4. Отсутствие интерференции зубьев. При наличии интерференции траектория относительного движения кромки зуба одного колеса накладывается на

переходную кривую второго колеса. Это приводит в реальной передаче к её заклиниванию. Интерференция отсутствует, если радиус кривизны ρ_p активного профиля зуба в нижней точке больше радиуса кривизны ρ_l в граничной точке профиля зуба, т. е. $\rho_p \geq \rho_l$.

Пример расчёта основных геометрических параметров зубчатой передачи

Рассмотрим основные этапы синтеза зубчатой передачи на конкретном примере.

Исходные данные:

- числа зубьев шестерни и колеса $z_1 = 13$, $z_2 = 22$;
- модуль зубчатой передачи $m = 8$ мм;
- межосевое расстояние $a_w = 147,5$ мм;
- параметры исходного контура по ГОСТ 13755–81 (см. таблицу 10.1).

Расчёт проведём в следующем порядке.

1. Делительное межосевое расстояние:

$$a = m \frac{z_1 + z_2}{2} = 8 \frac{13 + 22}{2} = 140 \text{ мм.}$$

Сравнивая заданное межосевое расстояние a_w с делительным, приходим к выводу, что $a_w \neq a$, так как $147,5 \neq 140$, поэтому проектируемая зубчатая передача является неравносмещённой.

2. Угол зацепления:

$$\alpha_w = \arccos \left(\frac{a}{a_w} \cdot \cos \alpha \right) = \arccos \left(\frac{140}{147,5} \cdot \cos 20^\circ \right) = 26^\circ 53',$$

где $\cos \alpha = \cos 20^\circ = 0,94$.

3. Коэффициент суммы смещений:

$$x_\Sigma = \frac{(z_1 + z_2)(\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha)}{2 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{(13 + 22)(\operatorname{inv} 26^\circ 53' - \operatorname{inv} 20^\circ)}{2 \operatorname{tg} 20^\circ} = 1,1,$$

где $\operatorname{inv} 26^\circ 53' = 0,0377$;

$\operatorname{inv} 20^\circ = 0,0149$;

$\operatorname{tg} 20^\circ = 0,364$.

4. Определение коэффициентов смещения.

Поскольку величина $x_\Sigma = 1,1$ и числа зубьев шестерни и колеса $z_1 = 13$, $z_2 = 22$ не удовлетворяют ни одному из рекомендуемых условий, которые содержатся в таблице 10.2, величину x_1 выбираем, используя графики на рис. 10.7. Принимаем $x_1 = 0,5$, что удовлетворяет условию $x_{03} \geq x_1 \geq x_{1\min}$, так как $0,53 > 0,5 > 0,24$. Величину x_2 определим по формуле

$$x_2 = x_\Sigma - x_1 = 1,1 - 0,5 = 0,6.$$

Величина $x_2 = 0,6$ для колеса с числом зубьев $z_2 = 22$ лежит на графике, изображённом на рисунке 10.7, в области допустимых значений.

5. Делительные диаметры и радиусы:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 8 \cdot 13 = 104 \text{ мм}, \quad r_1 = d_1 / 2 = 104/2 = 52 \text{ мм};$$
$$d_2 = m \cdot z_2 = 8 \cdot 22 = 176 \text{ мм}, \quad r_2 = d_2 / 2 = 176/2 = 88 \text{ мм}.$$

6. Коэффициент воспринимаемого смещения:

$$y = (a_w - a) / m = (147,5 - 140) / 8 = 0,938.$$

7. Коэффициент уравнительного смещения:

$$\Delta y = x_\Sigma - y = 1,1 - 0,938 = 0,162.$$

8. Радиусы начальных окружностей:

$$r_{w1} = \frac{mz_1}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{8 \cdot 13}{2} \cdot \frac{\cos 20^\circ}{\cos 26^\circ 53'} = 54,78 \text{ мм};$$

$$r_{w2} = \frac{mz_2}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{8 \cdot 22}{2} \cdot \frac{\cos 20^\circ}{\cos 26^\circ 53'} = 92,72 \text{ мм};$$

где $\cos 26^\circ 53' = \cos 26,88^\circ = 0,89$.

Проверка вычислений:

$$a_w = r_{w1} + r_{w2} = 54,78 + 92,72 = 147,5 \text{ мм}.$$

9. Радиусы вершин зубьев:

$$r_{a1} = m (z_1/2 + h_a^* + x_1 - \Delta y) = 8(13/2 + 1 + 0,5 - 0,162) = 62,7 \text{ мм};$$

$$r_{a2} = m (z_2/2 + h_a^* + x_2 - \Delta y) = 8(22/2 + 1 + 0,6 - 0,162) = 99,5 \text{ мм}.$$

10. Радиусы впадин:

$$r_{f1} = m (z_1/2 - h_a^* + x_1 - c^*) = 8 (13/2 - 1 + 0,5 - 0,25) = 46,0 \text{ мм};$$

$$r_{f2} = m (z_2/2 - h_a^* + x_2 - c^*) = 8 (22/2 - 1 + 0,6 - 0,25) = 82,8 \text{ мм}.$$

11. Высота зуба:

$$h = r_{a1} - r_{f1} = r_{a2} - r_{f2} = 62,7 - 46,0 = 99,5 - 82,8 = 16,7 \text{ мм}.$$

12. Толщина зубьев по делительной окружности:

$$s_1 = m (\pi/2 + 2 \cdot x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha) = 8 (3,14/2 + 2 \cdot 0,5 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ) = 15,48 \text{ мм};$$

$$s_2 = m (\pi/2 + 2 \cdot x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha) = 8 (3,14/2 + 2 \cdot 0,6 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ) = 16,06 \text{ мм}.$$

13. Ширина впадины по делительной окружности:

$$e_1 = p - s_1 = \pi \cdot m - s_1 = 3,14 \cdot 8 - 15,48 = 9,65 \text{ мм};$$

$$e_2 = p - s_2 = \pi \cdot m - s_2 = 3,14 \cdot 8 - 16,06 = 9,07 \text{ мм}.$$

14. Радиусы основных окружностей:

$$r_{b1} = r_1 \cdot \cos \alpha = 52 \cdot \cos 20^\circ = 48,86 \text{ мм};$$

$$r_{b2} = r_2 \cdot \cos \alpha = 88 \cdot \cos 20^\circ = 82,69 \text{ мм}.$$

15. Углы профиля в точке на окружности вершин:

$$\alpha_{a1} = \arccos (r_{b1} / r_{a1}) = \arccos (48,86/62,7) = 38,8^\circ ;$$

$$\alpha_{a2} = \arccos (r_{b2} / r_{a2}) = \arccos (82,69/99,5) = 33,79^\circ .$$

16. Толщины зубьев по окружности вершин:

для шестерни ($z_1 = 13$):

$$S_{a1} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{a1}} \left[\frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha - z_1 (\operatorname{inv} \alpha_{a1} - \operatorname{inv} \alpha) \right] =$$
$$= 8 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 38,8^\circ} \left[\frac{3,14}{2} + 2 \cdot 0,5 \operatorname{tg} 20^\circ - 13 (\operatorname{inv} 38,8^\circ - \operatorname{inv} 20^\circ) \right] = 4,6 \text{ мм};$$

для колеса ($z_2 = 22$):

$$S_{a2} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{a2}} \left[\frac{\pi}{2} + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha - z_2 (\operatorname{inv} \alpha_{a2} - \operatorname{inv} \alpha) \right] =$$
$$= 8 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 33,79^\circ} \left[\frac{3,14}{2} + 2 \cdot 0,6 \operatorname{tg} 20^\circ - 22 (\operatorname{inv} 33,79^\circ - \operatorname{inv} 20^\circ) \right] = 5,24 \text{ мм}.$$

17. Радиус кривизны переходной кривой:

$$\rho_f = \rho_f^* \cdot m = 0,38 \cdot 8 = 3,04 \text{ мм}.$$

Проверка качества зацепления.

1. Проверка отсутствия подрезания ножки зуба шестерни ($z_1 = 13$) и колеса ($z_2 = 22$).

Минимальный коэффициент смещения для шестерни

$$x_{1\min} = (17 - z_1) / 17 = (17 - 13) / 17 = 0,235.$$

Принятый коэффициент смещения шестерни $x_1 = 0,5$ удовлетворяет условию

$$x_1 \geq x_{1\min}, \text{ так как } 0,5 > 0,235.$$

Минимальный коэффициент смещения для колеса

$$x_{2\min} = (17 - z_2) / 17 = (17 - 22) / 17 = -0,294.$$

Принятый коэффициент смещения $x_2 = 0,6$ удовлетворяет условию

$$x_2 \geq x_{2\min}, \text{ так как } 0,6 > -0,294.$$

Вывод: принятые коэффициенты смещения x_1 и x_2 обеспечивают отсутствие подрезания ножки зуба шестерни и колеса.

2. Проверка отсутствия заострения вершины зуба.

Толщины зубьев по окружностям вершин для шестерни и колеса удовлетворяют условиям:

$$s_{a1} \geq 0,3m, \text{ так как } 4,6 > 0,3 \cdot 8 \text{ или } 4,6 > 2,4;$$

$$s_{a2} \geq 0,3m, \text{ так как } 5,24 > 0,3 \cdot 8 \text{ или } 5,24 > 2,4.$$

Следовательно, заострение вершин зубьев отсутствует.

3. Проверка коэффициента перекрытия.

Коэффициент перекрытия зубчатой пары колёс равен отношению угла перекрытия к угловому шагу т.е.

$$\varepsilon_\alpha = \varphi_\alpha / \tau,$$

где φ_α – угол перекрытия, т. е. угол поворота колеса за время работы одной пары,

τ – угловой шаг зубчатого колеса.

$$\tau = 360^\circ / z \text{ или } \tau = 2\pi / z.$$

Определим величину коэффициента перекрытия по формуле:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{z_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{a1} + z_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{a2} - (z_1 + z_2) \operatorname{tg} \alpha_{aw}}{2\pi} = \\ &= \frac{13 \cdot \operatorname{tg} 38,8^\circ + 22 \operatorname{tg} 33,79^\circ - (13 + 22) \operatorname{tg} 26,88^\circ}{2 \cdot 3,14} = 1,18. \end{aligned}$$

Сравнение с допустимым значением коэффициента перекрытия $[\varepsilon_\alpha] = 1,05$ показывает, что полученная величина ε_α является удовлетворительной, так как в нашем случае

$$\varepsilon_\alpha > [\varepsilon_\alpha] \text{ или } 1,18 > 1,05.$$

4. Проверка отсутствия интерференции зубьев.

Определим величины радиусов кривизны активного профиля зуба в нижней точке.

Для шестерни ($z_1 = 13$):

$$\begin{aligned} \rho_{p1} &= a_w \cdot \sin \alpha_w - r_{a2} \cdot \sin \alpha_{a2} = \\ &= 147,5 \cdot \sin 26,88^\circ - 99,5 \cdot \sin 33,79^\circ = 11,36 \text{ мм}; \end{aligned}$$

Для колеса ($z_2 = 22$):

$$\begin{aligned} \rho_{p2} &= a_w \cdot \sin \alpha_w - r_{a1} \cdot \sin \alpha_{a1} = \\ &= 147,5 \cdot \sin 26,88^\circ - 62,7 \cdot \sin 38,8^\circ = 27,41 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Определим радиусы кривизны в граничной точке профиля зуба.

Для шестерни ($z_1 = 13$):

$$\begin{aligned} \rho_{l1} &= r_1 \cdot \sin \alpha - [h_a^* + c^* - \rho_f^* (1 - \sin \alpha) - x_1] m / \sin \alpha = \\ &= 52 \cdot \sin 20^\circ - [1 + 0,25 - 0,38 (1 - \sin 20^\circ) - 0,5] 8 / \sin 20^\circ = 6,08 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Для колеса ($z_2 = 22$):

$$\begin{aligned} \rho_{l2} &= r_2 \cdot \sin \alpha - [h_a^* + c^* - \rho_f^* (1 - \sin \alpha) - x_2] m / \sin \alpha = \\ &= 88 \cdot \sin 20^\circ - [1 + 0,25 - 0,38 (1 - \sin 20^\circ) - 0,6] 8 / \sin 20^\circ = 20,74 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Условия $\rho_{p1} \geq \rho_{l1}$ ($11,36 > 6,08$) и $\rho_{p2} \geq \rho_{l2}$ ($27,41 > 20,74$) выполняются, следовательно, возможность интерференции зубьев отсутствует.

Построение картины зубчатого зацепления

Построение картины внешнего эвольвентного зацепления (рис. 11.3) включает в себя построение эвольвентных профилей зубьев шестерни и колеса, которое можно выполнить графическим или аналитическим способом. Рассмотрим применение аналитического способа, который заключается в определении ряда толщин зубьев на различных окружностях в пределах эвольвентной части профиля зуба.

Половина толщины зуба $s_i / 2$ по окружности радиуса r_i определяется формулой:

$$s_i / 2 = r_i (A - \operatorname{inv} \alpha_i),$$

$$\text{где } A = \frac{\pi/2 + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha}{z} + \operatorname{inv} \alpha,$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 20^\circ = 0,364,$$

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{inv} 20^\circ = 0,0149,$$

$\alpha_i = \arccos(r_b/r_i)$ – угол профиля зуба в точке на окружности радиуса r_i ,
 x – коэффициент смещения шестерни или колеса,
 z – число зубьев шестерни или колеса,
 $\text{inv } \alpha_i = \text{tg } \alpha_i - \alpha_i$ – эвольвентная функция угла α_i .

Определим величину A_1 для шестерни ($z_1 = 13$):

$$A_1 = \frac{(\pi/2) + 2 \cdot x_1 \cdot \text{tg } \alpha}{z_1} + \text{inv } \alpha =$$

$$= \frac{(3,14/2) + 2 \cdot 0,5 \cdot \text{tg } 20^\circ}{13} + \text{inv } 20^\circ = 0,164.$$

Определим величину A_2 для колеса ($z_2 = 22$):

$$A_2 = \frac{(\pi/2) + 2 \cdot x_2 \cdot \text{tg } \alpha}{z_2} + \text{inv } \alpha =$$

$$= \frac{(3,14/2) + 2 \cdot 0,6 \cdot \text{tg } 20^\circ}{22} + \text{inv } 20^\circ = 0,106.$$

Зададим произвольно несколько дополнительных окружностей, лежащих между окружностью вершин и основной окружностью каждого из двух колёс передачи, и определим половину толщины зуба на каждой из них. Радиусы этих дополнительных окружностей обозначим через r_3, r_4, r_5 и r_6 .

Результаты расчёта внесём в таблицу 11.2 для шестерни и таблицу 11.3 для колеса.

Таблица 11.2

Параметры зубьев шестерни ($z_1 = 13$)

Параметр	r_{w1}	r_{a1}	r_3	r_4	r_5	r_6	r_{b1}
r_i , мм	54,78	62,70	59,73	57,17	54,40	51,83	48,86
$s_i / 2$, мм	6,90	2,31	4,25	5,84	7,04	7,61	8,01

Таблица 11.3

Параметры зубьев колеса ($z_2 = 22$)

Параметр	r_{w2}	r_{a2}	r_3	r_4	r_5	r_6	r_{b2}
r_i , мм	92,72	99,50	96,14	92,77	89,42	86,05	82,69
$s_i / 2$, мм	6,34	2,62	4,65	6,31	7,60	8,48	8,77

Пример построения картины внешнего эвольвентного зацепления приведён на рис. 11.3.

Построения выполняются в следующем порядке.

1. Проведём линию центров O_1O_2 и отложим на ней межосевое расстояние a_w .
2. Проведём начальные окружности радиусами r_{w1} и r_{w2} с центрами в точках O_1 и O_2 . Точку касания начальных окружностей, лежащую на линии центров, обозначим P (полюс зацепления).
3. Через точку P проведём линию зацепления n под углом α_w к прямой, перпендикулярной линии центров. Через точки O_1 и O_2 проведем перпендику-

ляры к линии зацепления. Точки пересечения этих перпендикуляров с линией зацепления обозначим A и B .

4. Проведём окружности вершин, впадин, делительную и основную радиусами r_{a1} , r_{f1} , r_1 , r_{b1} соответственно с общим центром в точке O_1 .

5. Проведём окружности вершин, впадин, делительную и основную радиусами r_{a2} , r_{f2} , r_2 , r_{b2} , соответственно, с центром в точке O_2 .

6. Точку пересечения окружности радиусом r_{a2} с линией зацепления обозначим через a . Точку пересечения окружности радиусом r_{a1} с линией зацепления обозначим b . Отрезок ab является активной линией зацепления.

7. От точки P на начальной окружности шестерни 1 радиусом r_{w1} отложим половину толщины зуба для этой окружности. Через полученную таким образом точку c_1 и точку O_1 проведём ось симметрии зуба шестерни 1.

8. Проведём оси симметрии для двух других соседних зубьев шестерни 1. Углы между осями симметрии зубьев равны угловому шагу $\tau_1 = 360^\circ/z_1 = 360^\circ/13 = 27,69^\circ$.

9. От точки P по начальной окружности колеса 2 радиусом r_{w2} отложим половину толщины зуба для этой окружности. Через полученную точку c_2 и точку O_2 проведём ось симметрии зуба колеса 2.

10. Проведём оси симметрии для двух других соседних зубьев колеса 2. Угловой шаг при этом $\tau_2 = 360^\circ/z_2 = 360^\circ/22 = 16,36^\circ$.

11. Построим профиль зуба шестерни 1. Для этого проведём ряд концентрических окружностей, радиусы которых необходимо взять из таблицы 11.2. Откладывая от оси симметрии зуба в одну и другую стороны половину толщины зуба на соответствующих окружностях, получим точки бокового профиля зуба. Соединим по лекалу построенные таким образом точки плавной кривой линией.

12. Профиль зуба, лежащий между основной окружностью и точкой O_1 , очерчен радиальной прямой, сопряжённой с окружностью впадин. Радиус сопряжения $\rho_f = 0,38 \cdot m$.

13. Построения профилей остальных зубьев шестерни 1 аналогичны построениям, изложенным в п. 11 и 12.

14. Построения профилей зубьев колеса 2 также аналогичны изложенным в п. 11 и 12.

15. Отметим активный профиль зуба шестерни 1. Для этого проведём окружность с центром в точке O_1 через точку a . Эта окружность ограничивает снизу активный профиль зуба шестерни 1. Сверху активный профиль ограничен окружностью вершин радиуса r_{a1} .

16. Отметим активный профиль зуба колеса 2. Для этого проведём окружность с центром в точка O_2 через точку b . Эта окружность ограничивает снизу активный профиль зуба колеса 2. Сверху активный профиль ограничен окружностью вершин радиуса r_{a2} .

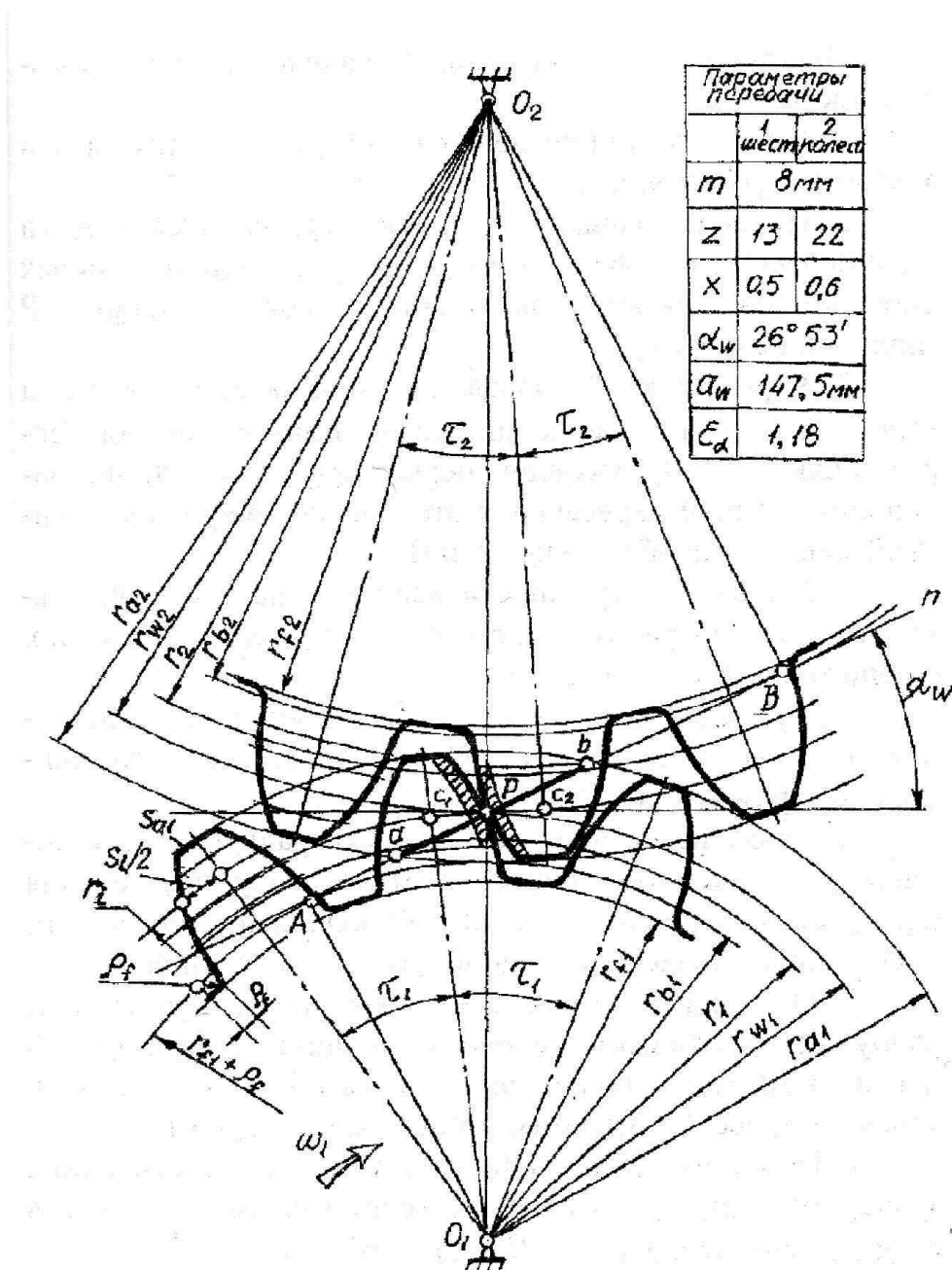


Рис. 11.3. Картина внешнего эвольвентного зацепления

Определение коэффициента перекрытия графическим методом

После построения картины зацепления заданной пары зубчатых колёс определим коэффициент перекрытия по формуле

$$\epsilon_\alpha^r = \frac{ab}{\pi \cdot m \cdot \cos \alpha} = \frac{28}{3,14 \cdot 8 \cdot \cos 20^\circ} = 1,19,$$

где ab – длина активной линии зацепления (мм), которая определяется по чертежу на рис. 11.9 с учётом масштаба построений. Построение картины зацепления контролируется путём сравнения значений коэффициента перекрытия передачи, найденных аналитическим и графическим методами.

Относительная разница:

$$\Delta \varepsilon_{\alpha} = \left| \frac{\varepsilon_{\alpha} - \varepsilon_{\alpha}^r}{\varepsilon_{\alpha}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{1,18 - 1,19}{1,18} \right| \cdot 100\% = 0,8\% .$$

Допустимое значение $\Delta \varepsilon_{\alpha}$ не должно превышать 5 %. В данном примере это условие выполняется.

ЛЕКЦИЯ 12

Кинематика многозвенных зубчатых механизмов

При проектировании зубчатых механизмов многих машин и приборов возникает необходимость обеспечить передачу вращения с большим передаточным отношением или при значительных межосевых расстояниях. В таких случаях применяют многозвенные зубчатые механизмы. Зубчатые механизмы, снижающие скорость вращения выходного вала по сравнению с входным, называются редукторами, а зубчатые механизмы, повышающие её, – мультипликаторами.

Многозвенные зубчатые механизмы подразделяются на два основных вида: зубчатые механизмы с неподвижными осями всех колес и механизмы, оси отдельных колес которых перемещаются относительно стойки. Ко второму виду относятся планетарные зубчатые механизмы. Большим достоинством механизмов второго вида является их компактность.

Зубчатые механизмы с неподвижными осями колёс

Передаточное отношение простейшего зубчатого механизма (рис. 12.1), состоящего из пары зубчатых колёс, определяется через числа зубьев колёс следующим образом. В соответствии с основной теоремой зацепления для пары зубчатых колёс с внешним зацеплением (рис. 12.1 а) можно записать

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = - \frac{r_{w2}}{r_{w1}} , \quad (12.1)$$

где ω_1 и ω_2 – угловые скорости шестерни 1 и колеса 2 соответственно, r_{w1} и r_{w2} – радиусы начальных окружностей шестерни 1 и колеса 2.

Учитывая, что $\frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{z_2}{z_1}$, получим из (12.1)

$$u_{12} = - \frac{z_2}{z_1} . \quad (12.2)$$

Для зубчатой пары с внутренним зацеплением (рис. 12.1 б) получим

$$u_{12} = \frac{z_2}{z_1} . \quad (12.3)$$

Для червячной передачи (рис. 12.1 в)

$$u_{12} = \frac{z_2}{k_1} , \quad (12.4)$$

где k_1 – число заходов резьбы на червяке.

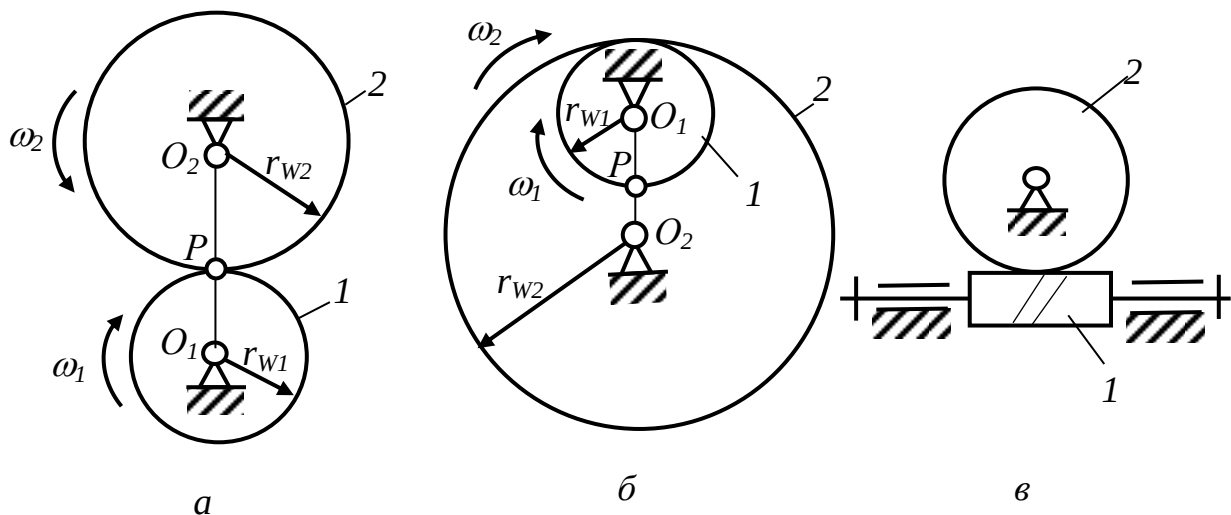


Рис. 12.1. Простейшие зубчатые механизмы: а – внешнее зацепление; б – внутреннее зацепление; в – червячная передача

Таким образом, **передаточное отношение пары зубчатых колёс равно обратному отношению чисел зубьев колёс этой пары.**

Для плоских зубчатых механизмов передаточное отношение снабжается знаком *плюс*, если направления угловых скоростей входного и выходного валов одинаковы, и знаком *минус* – в противном случае.

Для пространственных механизмов вопрос о знаке передаточного отношения не ставится.

Рассмотрим двухступенчатую зубчатую передачу (рис. 12.2). Ступень в простейшем случае представляет собою пару зубчатых колёс, находящихся в зацеплении. Зубчатая передача на рис. 12.2 содержит две ступени. Первая ступень образована колёсами 1 и 2, а вторая ступень – колёсами 3 и 4.

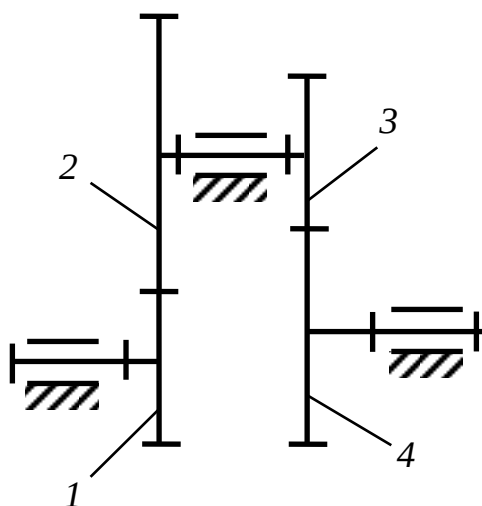


Рис. 12.2. Двухступенчатая зубчатая передача

Передаточное отношение от колеса 1 к колесу 4 определяется выражением

$$u_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4}. \quad (12.5)$$

Учитывая, что угловые скорости колёс 2 и 3 одинаковы, т.е. $\omega_2 = \omega_3$, можно записать

$$\frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4}. \quad (12.6)$$

Передаточные отношения первой и второй ступеней определяются через числа зубьев колёс формулами

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1}, \quad (12.7)$$

$$u_{34} = \frac{\omega_3}{\omega_4} = -\frac{z_4}{z_3}. \quad (12.8)$$

Подставляя выражения (12.6), (12.7) и (12.8) в (12.5), получим

$$u_{14} = u_{12} \cdot u_{34} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \left(-\frac{z_4}{z_3}\right). \quad (12.9)$$

Из уравнения (12.9) следует:

Передаточное отношение многоступенчатой зубчатой передачи равно произведению передаточных отношений отдельных ступеней, входящих в состав передачи.

Рассмотрим зубчатую передачу с паразитным колесом (рис. 12.3).

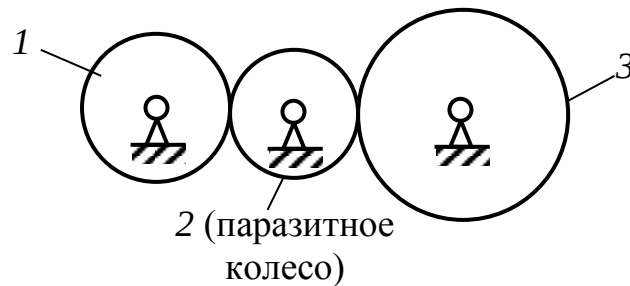


Рис. 12.3. Зубчатая передача с паразитным колесом

Передача содержит две ступени. Первая ступень образована колёсами 1 и 2, вторая ступень – колёсами 2 и 3. Передаточное отношение такой передачи будет следующим

$$u_{13} = u_{12} \cdot u_{34} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \left(-\frac{z_3}{z_2}\right) = \frac{z_3}{z_1}. \quad (12.10)$$

Из уравнения (12.10) следует, что число зубьев паразитного колеса не влияет на передаточное отношение передачи.

Рассмотрим пример определения передаточного отношения многоступенчатой зубчатой передачи. В заданном зубчатом механизме, изображённом на рисунке 12.4, входным звеном является цилиндрическое зубчатое колесо 1, а выходным – червячное колесо 6. Заданы числа зубьев колес: $z_1 = 18$, $z_2 = 27$, $z_3 = 21$, $z_4 = 42$, $k_5 = 2$, $z_6 = 20$. Здесь k_5 – число заходов резьбы на червяке.

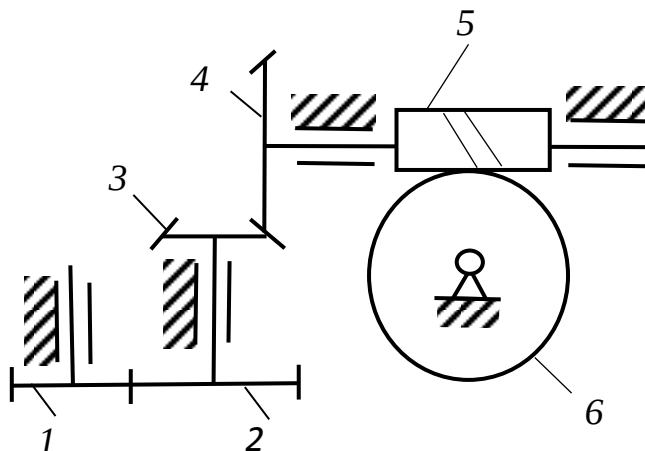


Рис. 12.4. Кинематическая схема зубчатого механизма

Механизм содержит три ступени:

1 ступень состоит из цилиндрических колес 1 и 2, образующих внешнее зацепление;

2 ступень состоит из конических колес 3 и 4;

3 ступень состоит из червяка 5 и червячного колеса 6, входящих в зацепление между собой.

Определим передаточные отношения каждой ступени механизма.

$$\text{Ступень 1: } u_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{27}{18} = 1,5.$$

$$\text{Ступень 2: } u_{34} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{42}{21} = 2.$$

$$\text{Ступень 3: } u_{56} = \frac{z_6}{k_5} = \frac{20}{2} = 10.$$

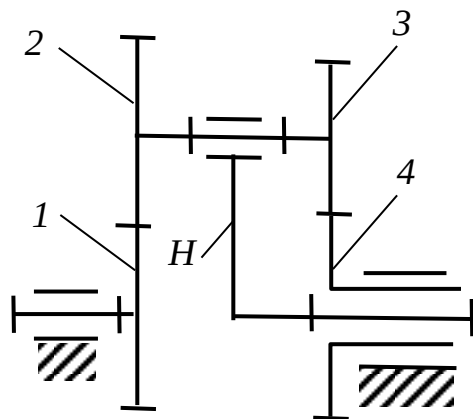
Определим общее передаточное отношение механизма.

$$u_{16} = u_{12} \cdot u_{34} \cdot u_{56} = 1,5 \cdot 2 \cdot 10 = 30.$$

Дифференциальные зубчатые механизмы

Зубчато-рычажный механизм с двумя и более степенями свободы называется **дифференциальным**. На рис. 12.5 изображена схема дифференциального механизма. Дифференциальные механизмы имеют зубчатые колёса с подвижными осями.

Дифференциальные механизмы используются для сложения и разложения вращательного движения. Например, автомобильный дифференциальный механизм служит для предохранения покрышек ведущих колёс от быстрого износа.



В дифференциальных механизмах приняты следующие названия звеньев.

Центральными называются зубчатые колёса с неподвижными осями вращения (колёса 1 и 4).

Сателлитами называются зубчатые колёса с подвижными осями вращения (колёса 2 и 3).

Водилом называется звено, рычаг, несущее подшипники сателлитов (звено Н).

Рис. 12.5. Дифференциальный механизм

Определим число степеней свободы дифференциального механизма по формуле П.Л. Чебышева:

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_1 - p_2 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2,$$

где n — число подвижных звеньев;

p_1 – число одноподвижных кинематических пар (это вращательные пары между центральными колёсами и стойкой, между водилом и стойкой, между блоком сателлитов и водилом);

p_2 – число двухподвижных кинематических пар (это высшие пары между зубьями колёс 1 и 2, а также колёс 3 и 4).

Таким образом, дифференциальный механизм имеет две степени свободы.

Зависимость между угловыми скоростями звеньев дифференциального механизма определяется формулой Виллиса:

$$\frac{\omega_k - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} = u_{kn}^H, \quad (12.11)$$

где ω_k – угловая скорость звена k ;

ω_n – угловая скорость звена n ;

ω_H – угловая скорость водила H ;

u_{kn}^H – передаточное отношение обращённого механизма, т.е. механизма полученного из дифференциального, путём остановки водила (рис. 12.6).

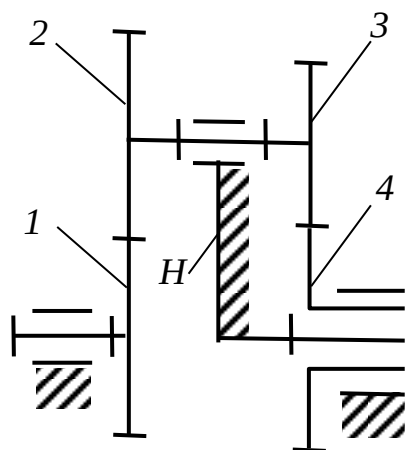


Рис. 12.6. Обращённый механизм

Величина u_{kn}^H определяется через числа зубьев колёс передачи. Например, для обращённого механизма, изображённого на рис. 12.6, передаточное отношение от колеса 1 к колесу 4 определяется формулой

$$u_{14}^H = u_{12} \cdot u_{34} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \left(-\frac{z_4}{z_3}\right). \quad (12.12)$$

Передаточное отношение от колеса 4 к колесу 1 определяется формулой

$$u_{41}^H = u_{43} \cdot u_{21} = \left(-\frac{z_3}{z_4}\right) \left(-\frac{z_1}{z_2}\right). \quad (12.13)$$

Планетарные механизмы

При закреплении со стойкой одного из центральных колёс дифференциального механизма получим планетарную передачу с одной степенью свободы (рис. 12.7 и 12.8).

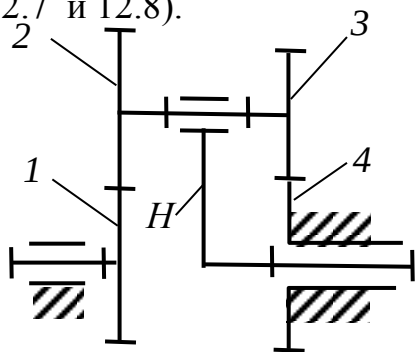


Рис. 12. 7. Планетарная передача с неподвижным центральным колесом 4

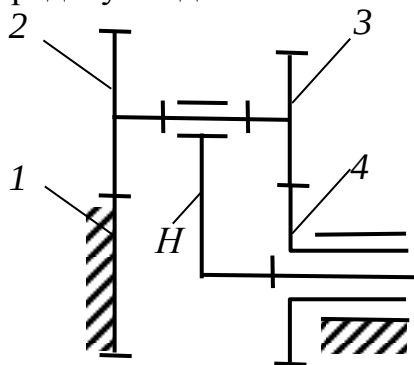


Рис. 12. 8. Планетарная передача с неподвижным центральным колесом 1

Формулу для передаточного отношения планетарной передачи можно получить из формулы Виллиса (12.11), приняв в ней угловую скорость $\omega_n = 0$, т.е. будем считать, что колесо n неподвижно:

$$\frac{\omega_k - \omega_H}{-\omega_H} = u_{kn}^H. \quad (12.14)$$

Разделив числитель и знаменатель (12.14) на ω_H , получим

$$-\frac{\omega_k}{\omega_H} + 1 = u_{kn}^H$$

или

$$u_{kH} = 1 - u_{kn}^H. \quad (12.15)$$

Так для планетарной передачи с неподвижным центральным колесом 4 (рис. 12.7) передаточное отношение будет следующим.

$$u_{1H} = 1 - u_{14}^H, \quad (12.16)$$

где u_{14}^H – передаточное отношение обращённого механизма, которое определяется через числа зубьев по формуле (12.12).

Для планетарной передачи с неподвижным центральным колесом 1 (рис. 12.8) передаточное отношение будет следующим:

$$u_{4H} = 1 - u_{41}^H, \quad (12.17)$$

где u_{41}^H – передаточное отношение обращённого механизма, которое определяется через числа зубьев колёс по формуле (12.13).

В технике применяются планетарные передачи и других видов. Это, например, однорядная планетарная передача (рис. 12.9 а), двухрядная планетарная передача с внешним и внутренним зацеплениями (рис. 12.9 б) и двухрядная передача с двумя внутренними зацеплениями (рис. 12.9 в).

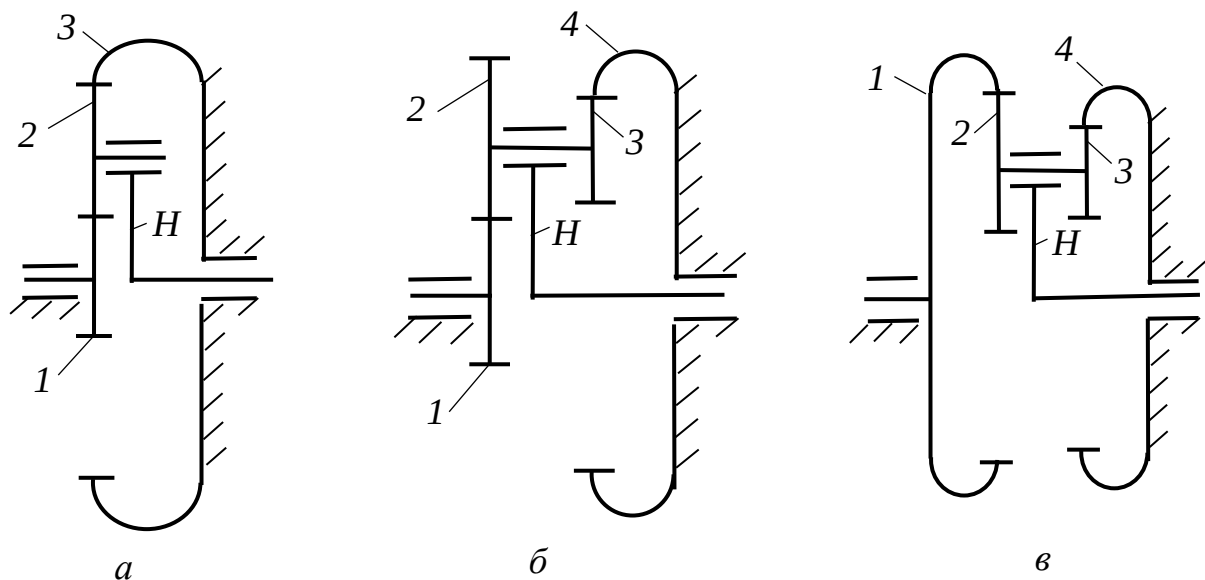


Рис. 12.9. Кинематические схемы планетарных передач:

а – однорядная планетарная передача;

б – двухрядная передача с внешним и внутренним зацеплениями;

в – двухрядная передача с двумя внутренними зацеплениями

Передаточное отношение однорядной планетарной передачи (рис. 12.9 а) определяется формулой

$$u_{1H} = 1 - u_{13}^H, \quad (12.18)$$

где u_{13}^H — передаточное отношение обращённого механизма (с неподвижным водилом H) от колеса 1 к колесу 3.

$$u_{13}^H = \left(-\frac{z_3}{z_1} \right).$$

Передаточное отношение двухрядной планетарной передачи с внешним и внутренним зацеплением (рис. 12.9 б) определяется формулой

$$u_{1H} = 1 - u_{14}^H, \quad (12.19)$$

где u_{14}^H — передаточное отношение обращённого механизма (с неподвижным водилом H) от колеса 1 к колесу 4.

$$u_{14}^H = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_4}{z_3} \right).$$

Передаточное отношение двухрядной планетарной передачи с двумя внутренними зацеплениями (рис. 12.9 в) определяется формулой

$$u_{1H} = 1 - u_{14}^H, \quad (12.20)$$

где u_{14}^H — передаточное отношение обращённого механизма (с неподвижным водилом H) от колеса 1 к колесу 4.

$$u_{14}^H = \left(\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_4}{z_3} \right).$$

Графическое определение передаточного отношения

Рассмотрим звено OA , которое вращается с угловой скоростью ω вокруг неподвижной опоры O (рис. 12.10).

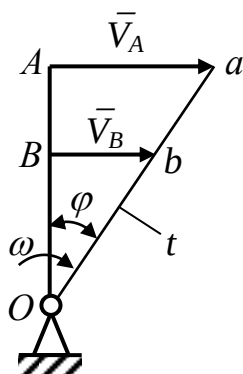


Рис. 12.10. Картина распределения скоростей звена OA

Изобразим в определённом масштабе вектор скорости $\bar{V}_A$ точки A . Направление вектора $\bar{V}_A$ перпендикулярно радиусу вращения OA . Конец вектора $\bar{V}_A$ обозначим через a . Соединим прямой линией t точку O и точку a . Прямая линия t является линией распределения скоростей звена OA . Например, скорость точки B звена изображается вектором $\bar{V}_B$, начало которого лежит в точке B , а конец b — на линии t .

Для угловой скорости ω звена OA можно записать выражение

$$\omega = \frac{V_A}{OA} = tg \varphi.$$

Рассмотрим зубчатую передачу, образованную парой колёс 1 и 2 (рис. 12.11). Построим в определённом масштабе схему передачи. Изобразим в произвольном масштабе вектор $\vec{V}_A$ скорости точки A , общей для обоих колёс. Конец вектора $\vec{V}_A$ обозначим a . Проведём прямые линии t_1 и t_2 через точку a и неподвижные точки O_1 и O_2 . Прямые t_1 и t_2 являются линиями распределения скоростей колёс 1 и 2 передачи.

Для построения картины угловых скоростей построим прямоугольную систему координат x, y с началом в точке N . На отрицательном участке оси y выберем произвольно точку K . Через точку K проведём прямые линии параллельно прямым t_1 и t_2 . Точки пересечения этих прямых с осью x обозначим через 1 и 2.

$$\text{Учитывая, что } \omega_1 = \frac{V_A}{O_1A} = \operatorname{tg} \varphi_1 \text{ и } \omega_2 = \frac{V_A}{O_2A} = \operatorname{tg} \varphi_2, \text{ получим}$$

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2}. \quad (12.21)$$

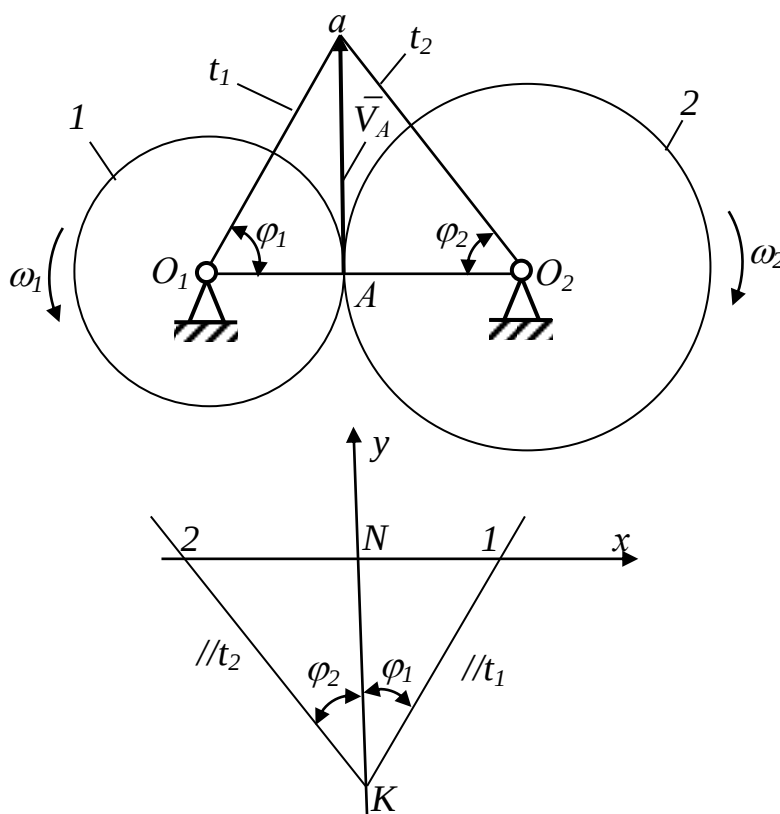


Рис. 12.11. Картины линейных и угловых скоростей зубчатой передачи

Из построений на рис. 12.11 следует, что

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{N1}{KN} \text{ и } \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{N2}{KN}, \quad (12.22)$$

где $N1$, $N2$ и KN – длины отрезков на картине угловых скоростей (рис. 12.11).

Подставив выражения (12.22) в (12.21), получим формулу для определения передаточного отношения u_{12} графическим методом.

$$u_{12} = \frac{N_1}{N_2}.$$

Рассмотрим однорядную планетарную передачу (рис. 12.12). Зубчатые колёса 1 и 3 являются центральными, колесо 2 – сателлитом, звено H – водилом. Входным звеном служит центральное колесо 1, а выходным – водило H .

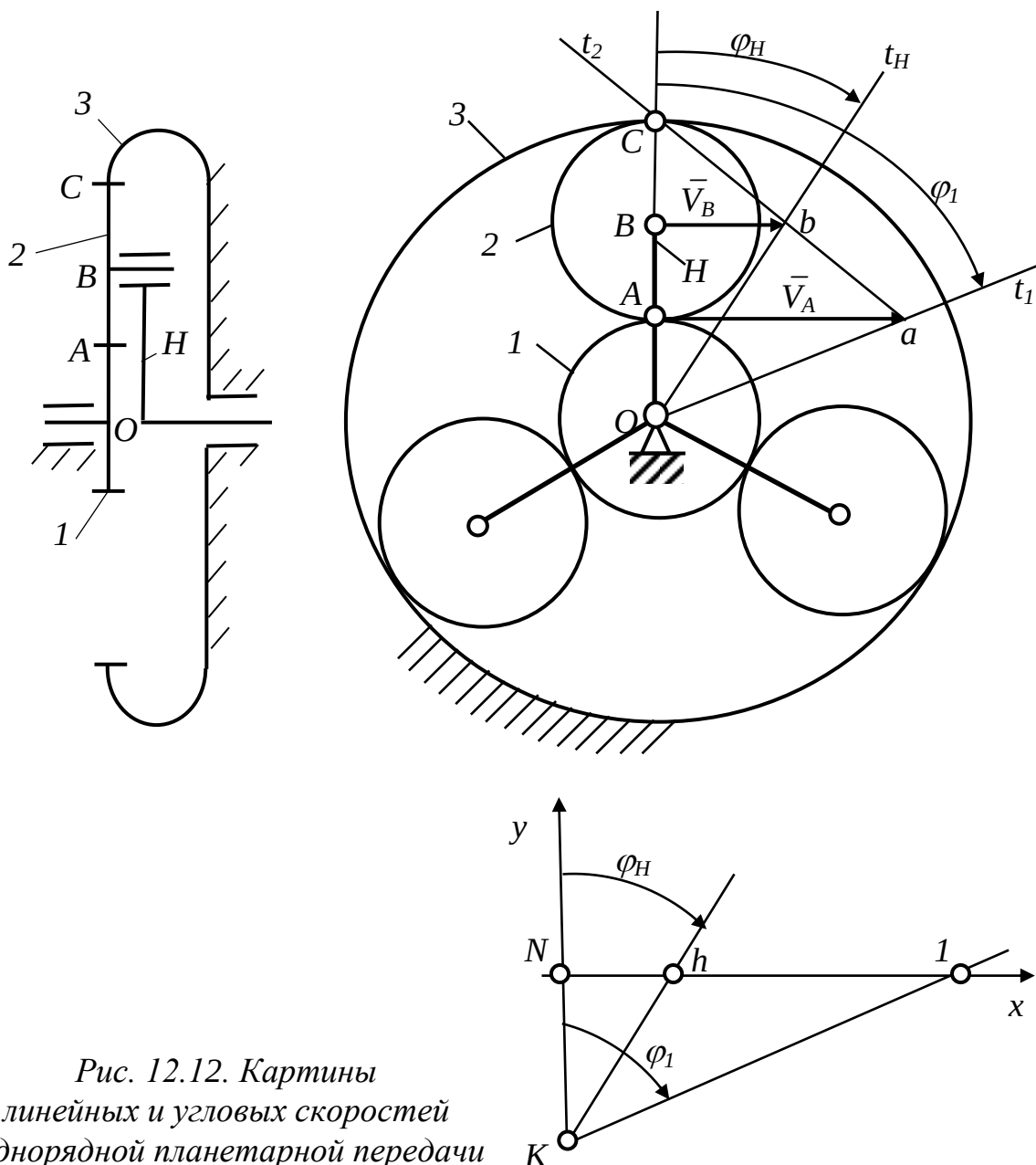


Рис. 12.12. Картины линейных и угловых скоростей однорядной планетарной передачи

Построим в определённом масштабе схему передачи, считая все колёса нулевыми. Тогда диаметры начальных окружностей колёс будут равны делительным диаметрам, т.е.

$$d_{w1} = d_1 = m \cdot z_1, \quad d_{w2} = d_2 = m \cdot z_2, \quad d_{w3} = d_3 = m \cdot z_3.$$

Для построения прямой распределения скоростей точек звена необходимо знать скорости двух его точек. Изобразим произвольной длины вектор $\bar{V}_A$ скорости точки A колеса 1. Начало вектора $\bar{V}_A$ поместим в точку A , а конец обозначим через a . Направление вектора $\bar{V}_A$ перпендикулярно радиусу вращения OA .

Проведём прямую линию t_1 через точки O и a . Линия t_1 является линией распределения скоростей точек колеса 1. Скорость точки A сателлита 2 одинакова по величине и направлению скорости точки A центрального колеса 1.

Колесо 3 является неподвижным, следовательно, через точку C проходит ось мгновенного вращения сателлита 2. Поэтому скорость точки C сателлита 2 равна нулю. Таким образом, известны скорости двух точек сателлита – A и C , поэтому линия t_2 , проведённая через точки a и C , является прямой распределения скоростей для сателлита 2. Скорость точки B сателлита 2 изображается вектором $\bar{V}_B$, начало которого лежит в точке B , а конец b – на линии t_2 . Скорость точки B водила H равна скорости точки B сателлита 2.

Соединив прямой линией точку b с точкой O , получим линию t_H , являющуюся линией распределения скоростей для водила H .

Для построения плана угловых скоростей звеньев планетарной передачи построим прямоугольную систему координат x, y с началом в точке N . Отложим от точки N на отрицательном участке оси y отрезок KN произвольной длины. Через точку K проведём две прямые линии под углами φ_1 и φ_H к оси y . Точки пересечения этих прямых с осью x обозначим 1 и h соответственно.

Угловые скорости колеса 1 и водила H определяются соотношениями:

$$\omega_1 = \frac{V_A}{OA} = tg \varphi_1, \quad \omega_H = \frac{V_B}{OB} = tg \varphi_H.$$

Учитывая, что

$$tg \varphi_1 = \frac{N1}{KN} \quad \text{и} \quad tg \varphi_H = \frac{Nh}{KN}$$

получим выражение для передаточного отношения планетарной передачи

$$u_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{tg \varphi_1}{tg \varphi_H} = \frac{N1}{Nh},$$

где $N1$ и Nh – длины отрезков на плане угловых скоростей.

Синтез планетарной зубчатой передачи

Целью кинематического синтеза планетарной зубчатой передачи является подбор чисел зубьев колёс для воспроизведения заданного передаточного отношения.

При синтезе планетарной передачи необходимо учитывать следующие ограничения.

1. Числа зубьев всех колёс должны быть целыми.

2. Сочетание чисел зубьев колёс должно обеспечивать заданное передаточное отношение с допустимой точностью.

3. При отсутствии специальных требований желательно использовать в передаче нулевые колёса. Это ограничение записывают в форме неравенства, выполнение которого обеспечивает отсутствие подреза ножки зуба: число зубьев колеса должно находиться в пределах $z > z_{min}$. Для колёс с внешними зубьями $z_{min} = 17$. Для колёс с внутренними зубьями $z_{min} = 85$ при коэффициенте высоты головки зуба $h_a^* = 1$ и $z_{min} = 58$ – при $h_a^* = 0,8$.

4. Геометрические оси центральных колёс и водила планетарной передачи должны совпадать между собой (условие соосности).

5. При расположении сателлитов в одной плоскости соседние сателлиты не должны задевать друг друга (условие соседства).

6. Сборка нескольких сателлитов должна осуществляться без натягов при равных окружных шагах между ними (условие сборки).

7. Числа зубьев должны удовлетворять условиям отсутствия интерференции в каждом из зацеплений (во внешних и внутренних).

Рассмотрим перечисленные условия синтеза для однорядной планетарной зубчатой передачи (рис. 12.12), получившей широкое применение в технике.

1. Передаточное отношение планетарной передачи

$$u_{1H} = 1 - u_{13}^H = 1 + \frac{z_3}{z_1}. \quad (12.23)$$

2. Условие соосности:

$$r_1 + 2r_2 = r_3, \quad (12.24)$$

где r_1 , r_2 и r_3 – радиусы делительных окружностей колёс.

При этом $r_1 = m \frac{z_1}{2}$, $r_2 = m \frac{z_2}{2}$, $r_3 = m \frac{z_3}{2}$.

После подстановки этих выражений в (12.24) получим

$$z_1 + 2z_2 = z_3. \quad (12.25)$$

3. Условие соседства требует, чтобы соседние сателлиты не задевали своими зубьями друг друга. Для выполнения этого условия необходимо, чтобы расстояние AB (рис. 12.13) между осями соседних сателлитов было больше диаметра вершин зубьев сателлитов, т.е. $AB > d_{a2}$.

Учитывая, что $AB = 2(r_1 + r_2)\sin(180/K)$, $d_{a2} = 2(r_2 + m)$ и $r_1 = m \cdot z_1 / 2$, $r_2 = m \cdot z_2 / 2$, получим $2(r_1 + r_2) \sin(180/K)$ или

$$\sin \frac{180}{K} > \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}, \quad (12.26)$$

где K – число сателлитов.

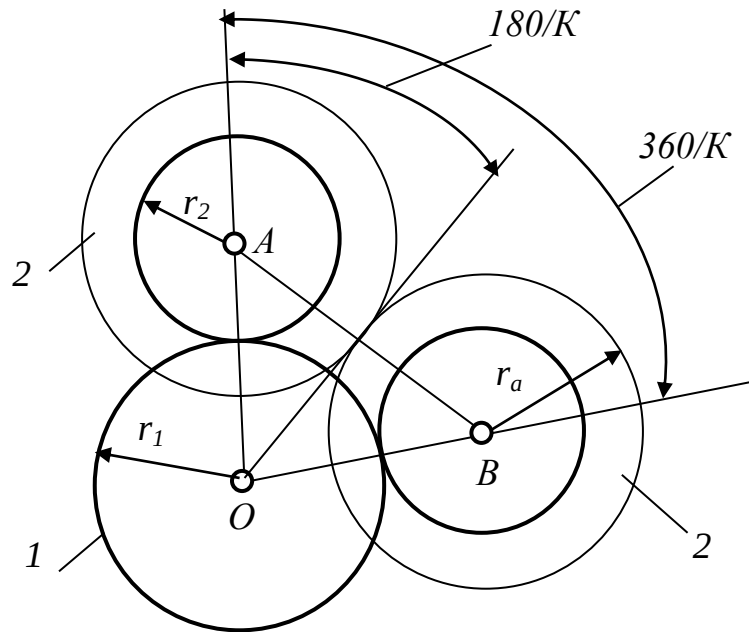


Рис. 12.13. Центральное колесо 1 и соседние сателлиты 2 планетарной передачи

4. Условие сборки. После установки первого сателлита повернём водило на угол $\varphi_H = 360/K$. Для установки следующего сателлита необходимо, чтобы центральное колесо 1 заняло такое же положение, как и до поворота. Угол поворота колеса 1 при этом должен быть следующим:

$$\varphi_1 = \frac{360}{z_1} C,$$

где C – произвольное целое число.

$$\text{Тогда } \frac{\varphi_1}{\varphi_H} = \frac{K}{z_1} C.$$

$$\text{Учитывая, что } \frac{\varphi_1}{\varphi_H} = u_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}, \text{ получим: } \frac{K}{z_1} C = 1 + \frac{z_3}{z_1},$$

или

$$\frac{z_1 + z_3}{K} = C. \quad (12.27)$$

5. Допустимые числа зубьев колес **при отсутствии интерференции** в передаче без смещения приведены в таблице 12.1.

Таблица 12.1

**Допустимые числа зубьев колёс при отсутствии
интерференции в передаче без смещения**

Внешнее зацепление		Внутреннее зацепление			
z_1	z_2	z_1	z_2	z_1	z_2
17 и более	Любое	17	∞	23	>41
		18	>144	24	>38
		19	>81	25	>36
		20	>60	26	>35
		21	>50	27-79	$> z_1 + 8$
		22	>44	80 и более	$> z_1 + 7$

При заданном передаточном отношении u_{1H} определение чисел зубьев передачи сводится к выполнению следующих операций.

1. Определяем величину $u = \frac{u_{1H}}{2} - 1$.
2. Задаём в приемлемой области ряд чисел зубьев: $z_1 = 17, 18, 19$ и т. д.
3. Вычисляем для каждого значения z_1 величину $z'_2 = u \cdot z_1$ и округляем полученное число z'_2 до ближайшего целого числа z_2 .
4. Определяем из условия соосности число зубьев $z_3 = z_1 + 2z_2$.
5. Проверяем по таблице 12.1 отсутствие интерференции между зубчатыми колёсами с числами зубьев z_2 и z_3 .
6. Определяем величину $b = \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}$ и максимальное число сателлитов из условия соседства $K_p = 180^\circ / \arcsin b$.
7. Проверяем условие сборки $(z_1 + z_3)/K = C$, где $K = 2, 3, 4$ – число сателлитов ($K < K_p$), C – целое число.
8. Определяем передаточное отношение $u'_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}$.
9. Определяем относительную разницу между заданным и полученным передаточными отношениями $\Delta u = \left| \frac{u_{1H} - u'_{1H}}{u_{1H}} \right| \cdot 100\%$.
10. Выполняем анализ полученных результатов и выбор оптимального варианта чисел зубьев колёс передачи по наименьшим габаритам и наименьшей разнице Δu .

Рассмотрим численный пример синтеза однорядной планетарной передачи. Необходимо подобрать числа зубьев колёс z_1 , z_2 и z_3 для передачи с передаточным отношением $u_{1H} = 4,6$.

Выполняя последовательно перечисленные операции синтеза планетарной передачи, получим ряд результатов, которые помещены в таблице 12.2.

Таблица 12.2

Результаты расчёта

Номер варианта	z_1	z_2'	z_2	z_3	K_p	$C = \frac{z_1 + z_3}{K}$			u'_{IH}	$\Delta u \%$
						$K=2$	$K=3$	$K=4$		
1	17	22,1	22	61	4,73	39	26	19,5	4,58	0,43
2	18	23,4	23	64	4,79	41	27,5	20,5	4,55	1,08
3	19	24,7	25	69	4,75	44	29,3	22	4,63	0,60
4	20	26	26	72	4,80	46	30,6	23	4,60	0,00
5	21	27,3	27	75	4,84	48	32	24	4,57	0,06

Анализируя результаты вычислений, содержащиеся в таблице 12.2, можно рекомендовать к выбору вариант № 1, как имеющий наименьшие числа зубьев колёс и удовлетворительную разницу Δu , т. е. $z_1 = 17$, $z_2 = 22$, $z_3 = 61$, $u'_{IH} = 4,58$, $\Delta u = 0,43 \%$. Число сателлитов K рекомендуется принять равным 3 ($K < K_p$ или $3 < 4,73$).

ЛЕКЦИЯ 13

Кулачковые механизмы. Общие положения

Механизм, имеющий высшую кинематическую пару, называется *кулачковым*. Звено, вступающее в высшую кинематическую пару и имеющее элемент (рабочую поверхность) переменной кривизны, называется **кулачком**. Кулачок выступает в роли входного звена, а выходным звеном в кулачковом механизме является **толкатель**. Толкатель связан с рабочим органом технологической машины.

Основное **достоинство** кулачковых механизмов заключается в том, что они позволяют сравнительно легко и точно получить сложный, наперёд заданный закон движения выходного звена. Благодаря этому кулачковые механизмы получили широкое распространение в технике. Например, они используются для привода клапанов двигателя внутреннего сгорания, для размыкания контактов магнето, во многих автоматах.

Недостатком кулачковых механизмов является большое удельное давление, возникающее между звеньями высшей кинематической пары, что вызывает быстрый износ соприкасающихся поверхностей.

Виды кулачковых механизмов

Рассмотрим основные виды кулачковых механизмов, применяемые в технике. Кулачковые механизмы бывают плоскими и пространственными (рис. 13.1).

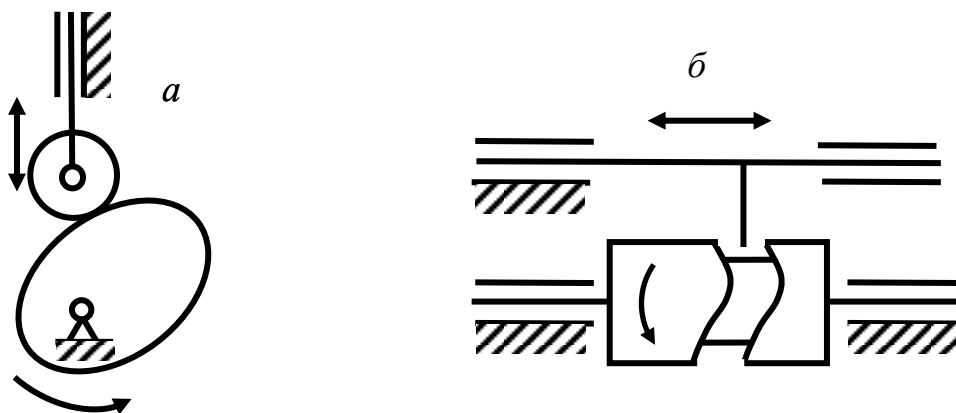


Рис. 13 .1. Кулачковые механизмы:
а – плоский; б – пространственный

В зависимости от вида движения толкателя кулачковые механизмы делятся на механизмы с поступательным и вращательным движением толкателя (рис. 13.2).

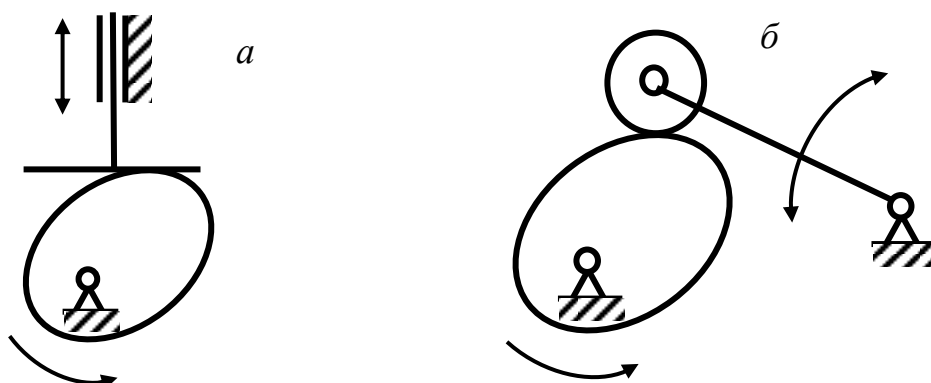


Рис. 13 .2. Кулачковые механизмы: а – с поступательным;
б – с вращательным движением толкателя

В зависимости от вида замыкания толкателя и кулачка бывают механизмы с силовым и геометрическим замыканием (рис. 13.3). Силовое замыкание толкателя и кулачка осуществляется с помощью пружины, а геометрическое – с помощью специального паза на кулачке.

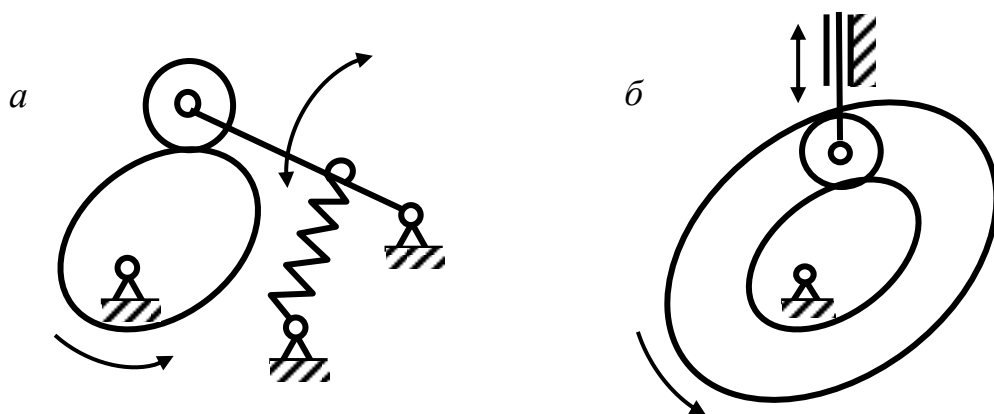


Рис. 13.3. Кулачковые механизмы: а – с силовым;
б – с геометрическим замыканием толкателя и кулачка

В зависимости от вида кинематической пары между толкателем и кулачком кулачковые механизмы делятся на механизмы с плоским, роликовым, грибовидным и острым толкателем (рис. 13.4).

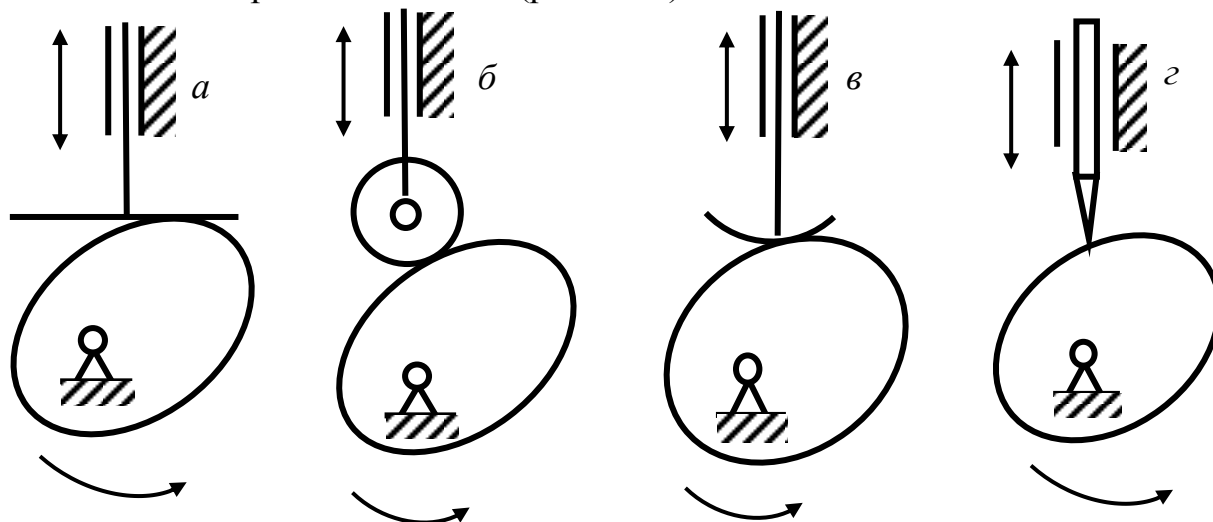


Рис. 13.4. Кулачковые механизмы с различными
по виду кинематическими парами между толкателем и кулачком:
а – с плоским; б – с роликовым; в – с грибовидным;
г – с острым толкателем

Фазовые углы кулачкового механизма

При вращении кулачка в кулачковом механизме последовательно происходят в общем случае следующие фазы движения толкателя: подъём, верхний выстой, опускание и нижний выстой.

Углы поворота кулачка, соответствующие этим фазам, называются:

φ_{Π} – угол подъёма;

$\varphi_{ВВ}$ – угол верхнего выстоя;

φ_O – угол опускания;

φ_{HB} – угол нижнего выстоя.

На рис. 13.5 изображены фазовые углы кулачка, а на рис. 13.6 – график $S(\varphi)$ перемещения толкателя кулачкового механизма в зависимости от угла поворота кулачка за время одного его оборота.

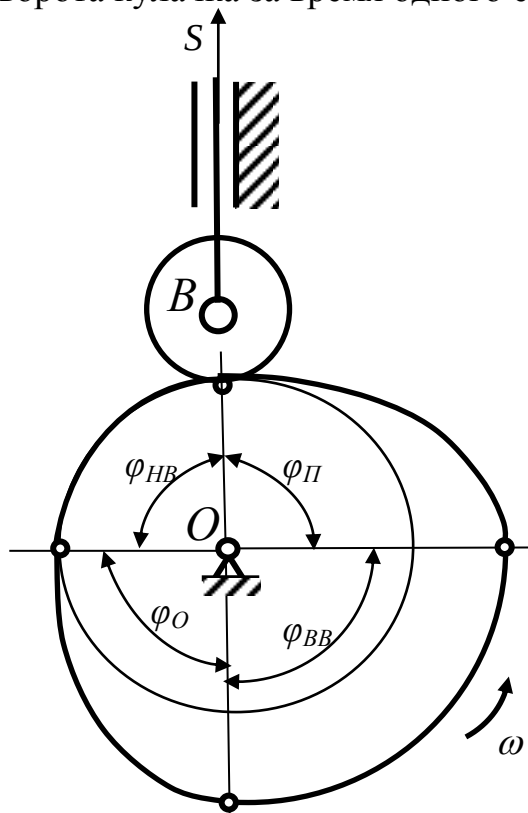


Рис. 13.5. Фазовые углы кулачкового механизма

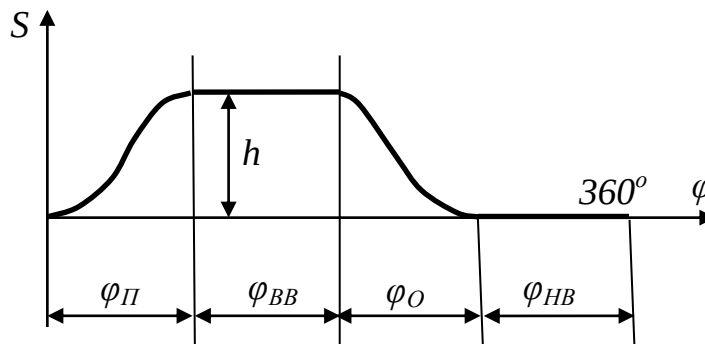


Рис. 13.6. График перемещения толкателя

Сумма фазовых углов равна 360° , т.е. $\varphi_\Pi + \varphi_{ВВ} + \varphi_O + \varphi_{HB} = 360^\circ$.

Полный ход толкателя обозначен на графике через h .

Законы движения выходного звена кулачкового механизма

Закон движения выходного звена кулачкового механизма определяется технологическим процессом с учётом динамики используемого механизма.

Закон движения толкателя представляется зависимостями его перемещения $S(\varphi)$, скорости $V(\varphi)$ и ускорения $a(\varphi)$ от угла поворота кулачка.

Скорость толкателя выражается первой производной функции его перемещения по времени:

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{dS}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = S' \omega, \quad (13.1)$$

где $S' = \frac{dS}{d\varphi}$ – аналог скорости толкателя.

Ускорение толкателя определяется производной его скорости по времени:

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2S}{d\varphi^2} \omega^2 = S'' \omega^2, \quad (13.2)$$

где $S'' = \frac{d^2S}{d\varphi^2}$ – аналог скорости толкателя.

Различают три группы законов движения толкателя: с жёстким ударом; с мягким ударом и движение без удара. Наличие удара можно установить по графику ускорений толкателя на участках с резким изменением ускорения.

Для построения графиков движения толкателя кулачкового механизма в качестве исходных данных обычно задают: h – ход толкателя; φ_{Π} , $\varphi_{ВВ}$, φ_O – фазовые углы и вид диаграммы $S''(\varphi)$ аналога ускорений толкателя.

На рис. 13.7 приведён пример построения диаграмм движения толкателя кулачкового механизма.

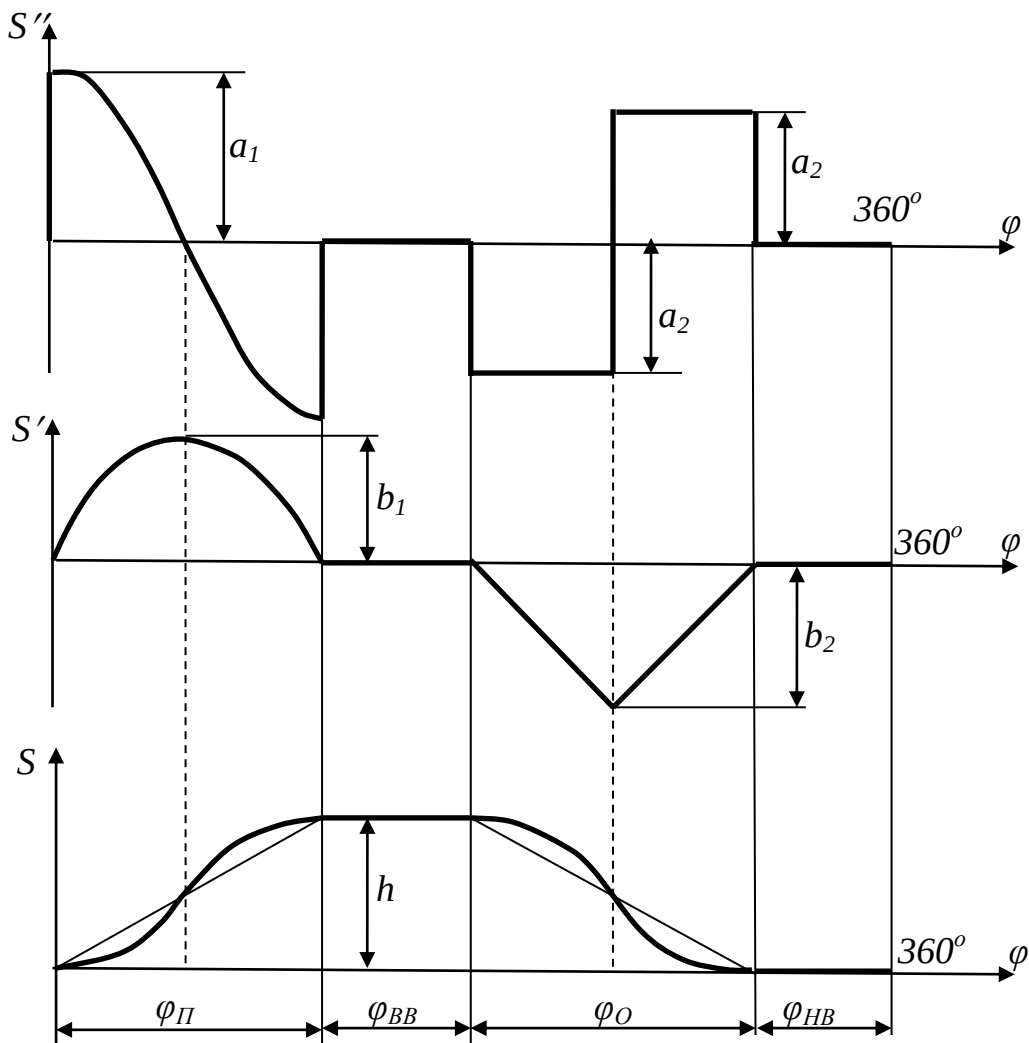


Рис. 13.7. Диаграммы движения толкателя кулачкового механизма:
 $S''(\varphi)$ – аналог ускорений; $S'(\varphi)$ – аналог скоростей; $S(\varphi)$ – перемещение

Диаграмма $S''(\varphi)$ строится после определения максимальных значений аналога ускорений S'' на фазах подъёма и опускания по формулам:

$$a_1 = \varepsilon_1 \frac{h}{\varphi_{\Pi}^2}, \quad a_2 = \varepsilon_2 \frac{h}{\varphi_O^2}, \quad (13.3)$$

где a_1 и a_2 – максимальные значения аналога ускорений S'' толкателя на фазах подъёма и опускания соответственно;

ε_1 и ε_2 – безразмерные коэффициенты для фаз подъёма и опускания;

h – ход толкателя;

φ_{Π} и φ_{O} – фазовые углы в радианах.

Диаграмму аналога скорости $S'(\varphi)$ толкателя можно построить методом графического интегрирования диаграммы аналога ускорений $S''(\varphi)$. Для самоконтроля построений диаграммы $S'(\varphi)$ необходимо предварительно найти максимальные значения аналога скорости $S'(\varphi)$ толкателя на фазах подъёма и опускания по формулам:

$$b_1 = \delta_1 \frac{h}{\varphi_{\Pi}}, \quad b_2 = \delta_2 \frac{h}{\varphi_{\text{O}}}, \quad (13.4)$$

где b_1 и b_2 – максимальные значения аналога скорости S'' толкателя на фазах подъёма и опускания соответственно;

δ_1 и δ_2 – безразмерные коэффициенты для фаз подъёма и опускания соответственно.

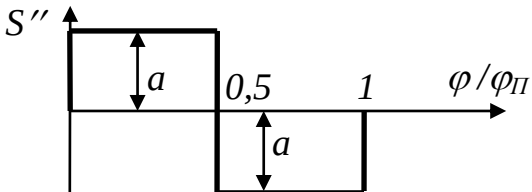
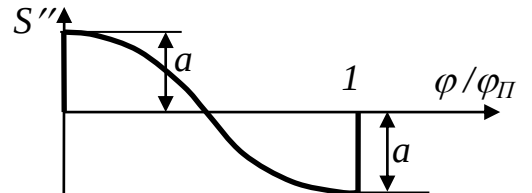
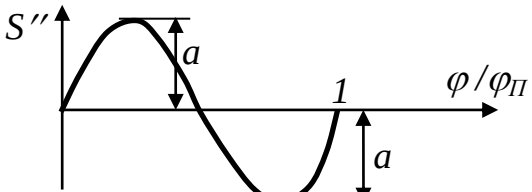
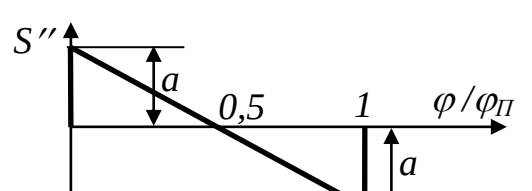
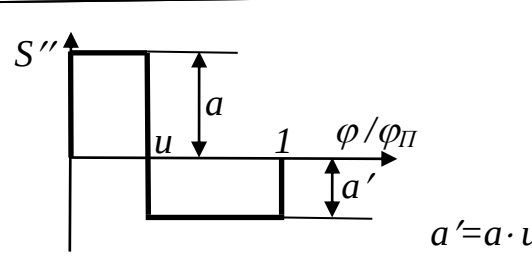
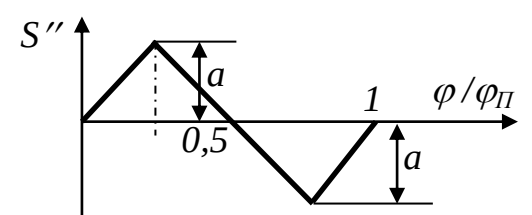
Диаграмму перемещения $S(\varphi)$ толкателя можно построить методом графического интегрирования диаграммы $S'(\varphi)$ аналога скорости.

Величины безразмерных коэффициентов ε_1 , ε_2 , δ_1 и δ_2 , входящих в уравнения (13.3) и (13.4), можно выбрать из таблицы (13.1) в зависимости от заданного вида диаграмм аналога ускорений $S''(\varphi)$ на соответствующих фазах движения толкателя.

При проектировании новых и изучении существующих механизмов часто применяются методы с использованием кинематических диаграмм. Кинематические диаграммы являются наглядным графическим изображением изменения одного из кинематических параметров движения какой-либо точки или звена механизма в зависимости от другого. Например, для анализа законов изменения перемещения, скорости и касательного ускорения точки звена механизма целесообразно строить кинематические диаграммы в виде функциональных зависимостей этих величин от времени или от перемещения начального звена. Особенно удобно исследовать методом кинематических диаграмм механизмы с возвратно-поступательным движением выходного звена, например, движение толкателя в кулачковом механизме, поршня в кривошипно-ползунном механизме и т. д.

Таблица 13. 1

Безразмерные коэффициенты ε и δ

№	Вид диаграммы ускорения толкателя	ε	δ
1		4	2
2		$\pi^2/2$	$\pi/2$
3		2π	2
4		6	1,5
5		$2/u$	2
6		8	2

Графическое интегрирование

Так как существует прямая связь между законами изменения перемещения, скорости и ускорения точки звена механизма, то с помощью методов графического дифференцирования или графического интегрирования можно получить картину изменения любой из трёх этих зависимостей по графику одной из них.

Метод графического интегрирования может быть использован при решении многих задач динамики механизмов. Например, силы, действующие на механизм, часто задаются в виде диаграммы зависимости силы от пути. Тогда работа силы может быть определена методом графического интегрирования.

Рассмотрим метод графического интегрирования для общего случая. При заданном графике производной $y'(x)$ можно графическим способом найти саму функцию $y(x)$. Аналитически эта задача решается интегрированием функции $y'(x)$ в заданных пределах изменения аргумента x .

$$y = y_0 + \int_0^x y'(x) dx, \quad (13.5)$$

где y_0 – значение искомой функции $y(x)$ при $x = 0$.

Известно, что определённый интеграл численно равен площади, ограниченной графиком функции, осью абсцисс и ординатами в начале и конце интервала интегрирования. Используя геометрическую интерпретацию определённого интеграла, построим график функции $y(x)$ по заданному графику её производной $y'(x)$.

Графические построения (рис. 13.8) выполняются в такой последовательности. Интервал интегрирования на оси абсцисс диаграммы производной функции $y'(x)$ делим на частичные интервалы и через точки деления 1, 2, 3... и т.д. проводим прямые параллельно оси ординат так, чтобы они пересекали ось абсцисс диаграммы искомой функции $y(x)$. Эти прямые разбивают заданный график $y'(x)$ на криволинейные трапеции. Каждая из этих криволинейных трапеций заменяется равновеликим по площади прямоугольником. Четвёртую сторону этого прямоугольника проводим параллельно оси абсцисс так, чтобы добавленная площадка равнялась площадке отброшенной (на рисунке 7 названные площадки заштрихованы). Построенные таким образом четвёртые стороны равновеликих прямоугольников продолжаем до пересечения с осью ординат соответственно в точках 1', 2', 3' и т. д. На отрицательном направлении оси абсцисс графика $y'(x)$ отмечаем на расстоянии p от начала координат точку P – полюс интегрирования. Проводим отрезки PI' , $P2'$, $P3'$ и т. д. После этих подготовительных построений переходим к построению точек, принадлежащих диаграмме искомой функции $y(x)$. На оси y отмечаем точку a с ординатой y_0 (на рисунке 13.8 принято $y_0 = 0$) и проводим отрезок ab параллельно отрезку $P1'$. После этого строим отрезок bc , параллельный отрезку $P2'$ и т. д.

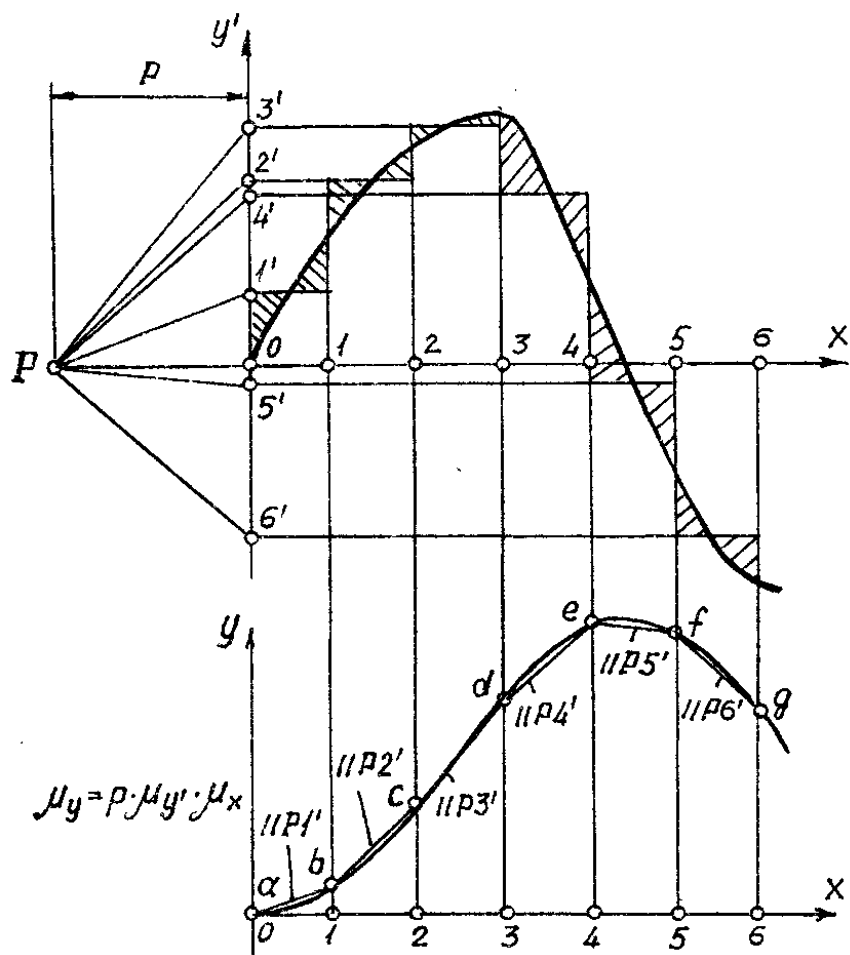


Рис. 13. 8. Построение диаграммы $y(x)$ методом графического интегрирования

Через точки $a, b, c, d \dots$ проводим плавную кривую линию, которая и будет приближённо представлять собою искомую диаграмму $y(x)$, масштаб которой зависит от полюсного расстояния p и масштабных коэффициентов μ_x и $\mu_{y'}$ исходной диаграммы $y'(x)$. Масштабный коэффициент по оси ординат полученной диаграммы $y(x)$ определяется формулой

$$\mu_y = p \cdot \mu_{y'} \cdot \mu_x, \quad (13.6)$$

т. е. масштабный коэффициент функции равен произведению трёх величин: полюсного расстояния, масштабного коэффициента производной и масштабного коэффициента аргумента.

В формуле заданными являются только два множителя, поэтому одну из величин — μ_y или p , можно выбрать заранее. Например, если масштабный коэффициент μ_y функции выберем заранее, то полюсное расстояние будет определяться формулой

$$p = \frac{\mu_y}{\mu_{y'} \cdot \mu_x}. \quad (13.7)$$

ЛЕКЦИЯ 14

Угол давления в кулачковом механизме

Углом давления называется угол между вектором силы, приложенной к звену, и вектором скорости точки приложения этой силы.

Для избежания заклинивания кулачкового механизма во время работы необходимо учитывать при его синтезе силы, возникающие в кинематических парах механизма.

На рис. 14.1 изображён кулачковый механизм с острым толкателем. На толкатель действует внешняя сила $\bar{P}$. Реакция $\bar{N}$, с которой кулачок действует на толкатель, направлена по нормали n к профилю кулачка в точке контакта B_1 . Угол ν между силой $\bar{N}$ и осью y будет являться углом давления в кинематической паре между толкателем и кулачком.

Разложим реакцию $\bar{N}$ на составляющие $\bar{P}_1$ и $\bar{P}_2$. Причём

$$P_1 = N \cos \nu, \quad P_2 = N \sin \nu. \quad (14.1)$$

$$\operatorname{tg} \nu = \frac{P_2}{P_1}. \quad (14.2)$$

Из уравнения (14.2) следует, что с возрастанием угла давления ν составляющая $\bar{P}_1$ будет уменьшаться, а составляющая $\bar{P}_2$ будет расти. Вместе с ростом P_2 будет увеличиваться сила трения F между толкателем и кулачком. Если сила трения F станет больше внешней силы P , то при работе механизма произойдёт заклинивание. Определим условие, при котором кулачковый механизм будет работать нормально, т.е. без заклинивания.

Сила трения определяется формулой

$$F = f P_2 = f N \sin \nu,$$

где f – коэффициент трения.

Для того, чтобы не происходило заклинивание, необходимо выполнение условия

$$F < P_1$$

или

$$f N \sin \nu < N \cos \nu,$$

откуда

$$\operatorname{tg} \nu < \operatorname{arctg} \frac{1}{f}. \quad (14.3)$$

Согласно (14.3), для нормальной работы кулачкового механизма максимальный угол давления $\nu_{\max}$ должен удовлетворять соотношению

$$\nu_{\max} < \operatorname{arctg} \frac{1}{f}. \quad (14.4)$$

Если угол давления ν превысит эту величину, то произойдёт заклинивание или даже поломка механизма.

Угол давления ν во время работы кулачкового механизма не остаётся постоянным, а меняется от нуля до $\nu_{\max}$. Поэтому при проектировании кулачко-

вых механизмов очень важно проверять максимальное значение угла давления между кулачком и толкателем.

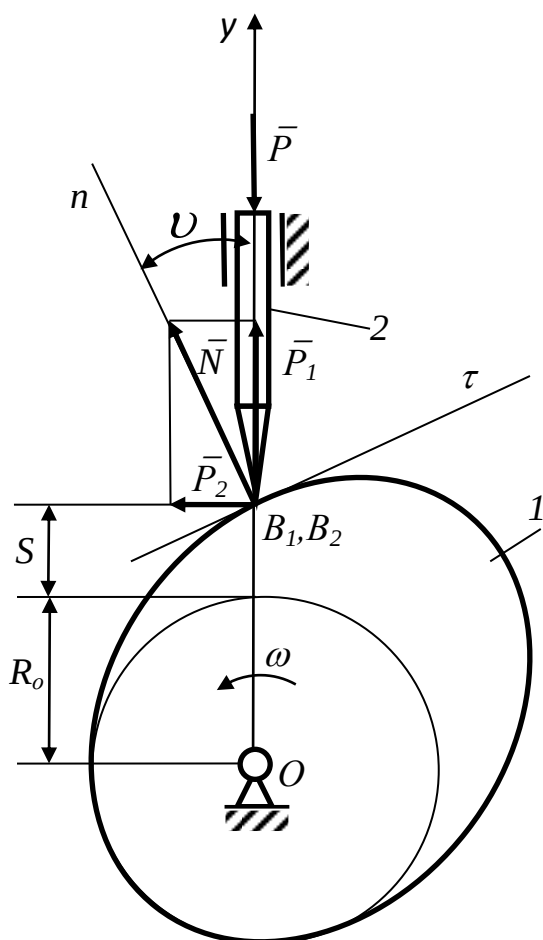


Рис. 14.1. Угол давления в кулачковом механизме с острым толкателем

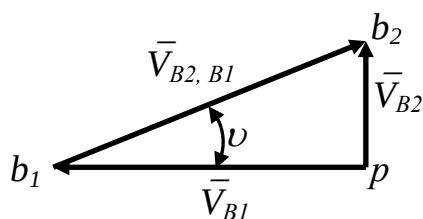


Рис. 14.2. План скоростей кулачкового механизма с острым толкателем

Практикой установлены следующие допустимые углы давления ν_d для кулачковых механизмов: с поступательно движущимся роликовым толкателем $\nu_d = 30^\circ$; с вращающимся роликовым толкателем $\nu_d = 45^\circ$. Таким образом, при синтезе кулачкового механизма необходимо учитывать условие

$$\nu_{max} \leq \nu_d. \quad (14.5)$$

Составим векторное уравнение

$$\bar{V}_{B2} = \bar{V}_{B1} + \bar{V}_{B2B1}, \quad (14.6)$$

где $\bar{V}_{B2}$ – скорость точки B_2 толкателя (направлена параллельно оси y);
 $\bar{V}_{B1}$ – скорость точки B_1 кулачка (направлена перпендикулярно OB_1);
 $\bar{V}_{B2B1}$ – скорость скольжения точки B_2 относительно точки B_1 .

Используя уравнение (14.6), построим план скоростей кулачкового механизма (рис. 14.2).

Из построений на рис. 14.2 видно, что

$$\operatorname{tg} \nu = \frac{V_{B2}}{V_{B1}}, \quad (14.7)$$

где

$$V_{B1} = (R_o + S)\omega. \quad (14.8)$$

После подстановки (14.8) в (14.7) получим

$$\operatorname{tg} \nu = \frac{V_{B2}}{(R_o + S)\omega}, \quad (14.9)$$

где R_o – радиус окружности, вписанной в профиль кулачка;

S – перемещение толкателя;

ω – угловая скорость кулачка.

Из уравнения (14.9) следует, что увеличение радиуса R_o приводит к уменьшению угла давления ν . Следовательно, увеличение габаритных размеров кулачка, определяемых величиной R_o , приводит к уменьшению угла давления между толкателем и кулачком. Это обстоятельство необходимо учитывать при проектировании кулачковых механизмов оптимальных размеров.

Метод замены высшей кинематической пары одним звеном

Кулачковый механизм с высшей кинематической парой можно заменить эквивалентным рычажным механизмом, который содержит только низшие пары. Кинематический анализ кулачкового механизма таким образом можно свести к анализу заменяемого рычажного механизма. Для образования заменяющего механизма высшую кинематическую пару можно заменить одним звеном с двумя низшими парами. Рассмотрим высшую кинематическую пару, образованную двумя звеньями с криволинейными профилями (рис. 14.3 а).

Для каждой из соприкасающихся кривых α и β в точке контакта K можно найти радиусы кривизны R_1 и R_2 , а также центры кривизны A и B соответственно. Оба центра кривизны и контактная точка расположены на общей прямой n , являющейся нормалью к соприкасающимся кривым. Профиль на плоскости может быть заменён в любой его точке кругом кривизны, т.е. окружностью, которая проходит через точку и две другие близкие точки кривой. Кривизна окружности эквивалентна самой кривой до производной второго порядка включительно. При смене контактной точки двух кривых с переменной кривизной центры кривизны и радиусы меняются. Это обстоятельство позволяет заменить механизмы с высшими кинематическими парами эквивалентными механизмами с низшими кинематическими парами. Такие механизмы называют *заменяющими рычажными механизмами*. Они эквивалентны в кинематическом отношении механизмам с высшей парой до производных второго порядка включительно. Звено 3 (рис. 14.3 а) заменяет, таким образом, высшую пару, образованную звеньями 1 и 2.

Если радиус кривизны одного из элементов касания β будет равен бесконечности (рис. 14.3 б), то длина AB заменяющего звена 3 равна радиусу R кривизны второго профиля α .

На рис. 14.3 заменяющие механизмы изображены штриховыми линиями.

Закон движения выходного звена 2 в заменяющем рычажном механизме будет таким же, как и в заменяемом механизме с высшей парой.

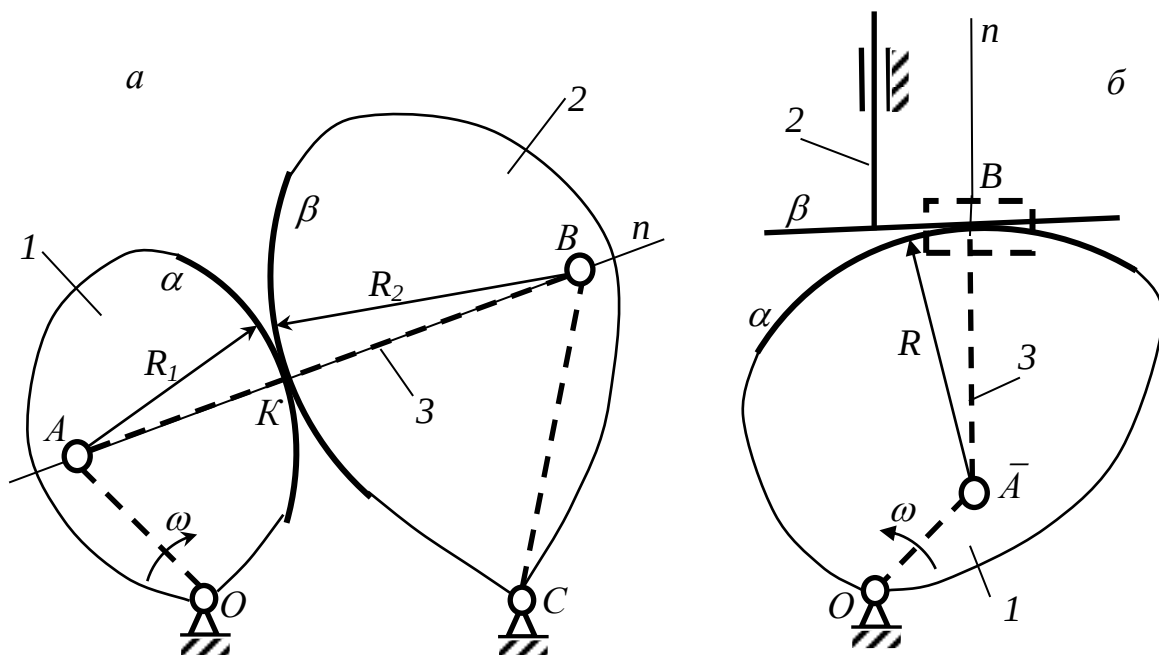


Рис. 14.3. Замена высшей пары звеном с двумя низшими парами:
а – пара с двумя криволинейными профилями; *б* – пара с одним криво-
 линейным профилем

Определение основных размеров кулачковых механизмов

Рассмотрим кулачковый механизм с роликовым толкателем (рис. 14.4). Основными размерами механизма являются: радиус R , вписанной в профиль кулачка окружности; смещение e толкателя и радиус r ролика. Габаритные размеры механизма, обеспечивающие эффективную работу, зависят от ограниченного угла давления $\nu_{max} \leq \nu_{доп}$.

Построим заменяющий механизм, заменив высшую пару между кулачком 1 и толкателем 2 звеном 3 длиной CB . Центр шарнира C при этом поместим в центр кривизны профиля кулачка. Центр кривизны C лежит на нормали n к профилю кулачка в точке касания ролика и толкателя. На рис. 14.5 изображён отдельно заменяющий механизм.

Составим векторное уравнение:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_C + \vec{V}_{BC}, \quad (14.10)$$

где $\vec{V}_B$ – вектор скорости точки B (направлен параллельно оси y);
 $\vec{V}_C$ – вектор скорости точки C (направлен перпендикулярно OC);
 $\vec{V}_{BC}$ – вектор скорости точки B относительно точки C (направлен перпендикулярно BC).

Используя векторное уравнение (14.10), построим план скоростей заменяющего механизма (рис. 14.6). На рис. 14.4 построим в масштабе кривошипа OC повернутый на 90° в сторону противоположную угловой скорости ω кулачка план скоростей заменяющего механизма. Полус p плана скоростей при этом

[illegible]

Реакция $\bar{R}_{21}$ между толкателем и кулачком проходит по нормали n к профилю кулачка и образует угол давления ν с направлением оси u_B . Отложим от центра шарнира B отрезок Bb' , перпендикулярный к оси u_B и равный по длине отрезку $pb = S'$. Соединим прямой линией точки b' и O . Построенный таким образом четырёхугольник $ObBb'$ будет являться параллелограммом. Угол между осью u_O и стороной Ob' будет равен углу давления ν в рассматриваемом положении механизма.

Для определения максимального угла давления ν_{max} построим диаграмму $S(S)$ (рис. 14.7). Чтобы построить положение текущей точки i диаграммы $S(S)$, отложим от точки B_0 по оси S отрезок $B_0B_i = S_i$. Затем отложим от точки

B_i отрезок S' . Соединим прямой линией τ_i центр вращения O кулачка с точкой i диаграммы. Угол между линией τ_i и осью S будет равен углу давления ν_i в текущем положении кулачка. После построения полной диаграммы $S'(S)$ проведём через точку O прямую τ , касательную к диаграмме $S'(S)$. Угол между касательной τ и осью S будет равен максимальному углу давления $\nu_{\max}$ при заданном положении центра вращения O кулачка. Таким образом, из построений на рис. 14.7 следует, что максимальный угол давления $\nu_{\max}$ между толкателем и кулачком зависит от положения центра вращения O кулачка. При проектировании кулачкового механизма положение центра вращения O кулачка необходимо выбрать так, чтобы при работе механизма максимальный угол давления $\nu_{\max}$ не превосходил допускаемого значения ν_d .

Построим на рис. 14.8 диаграмму $S'(S)$ и проведём касательную прямую τ под углом ν_d для рабочего хода и касательную τ_x под углом ν_{dx} — для холостого хода толкателя. Касательные прямые τ и τ_x образуют область σ , в пределах которой можно расположить центр O вращения кулачка. Для любой точки O , выбранной внутри области σ , будет выполняться условие $\nu_{\max} \leq \nu_d$. Расстояние от точки O до точки B_0 будет равно радиусу R_0 вписанной в центровой профиль кулачка окружности. Точка O_1 , лежащая на пересечении касательных τ и τ_x , соответствует наименьшему радиусу R_0 . Точка O_2 , лежащая на оси S , соответствует наименьшему смещению e центра вращения кулачка от оси S .

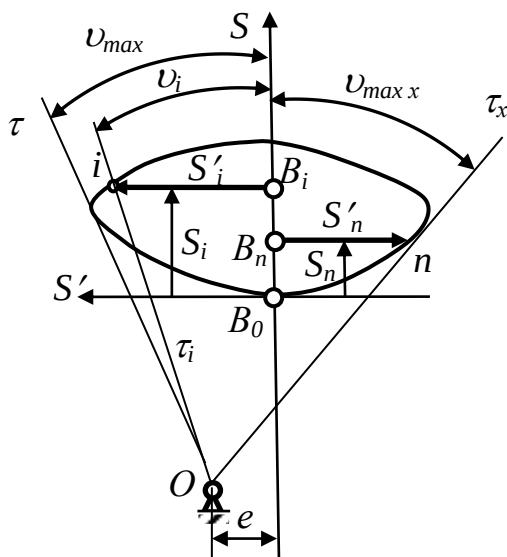


Рис. 14.7. Определение максимальных углов давления в кулачковом механизме с роликовым толкателем

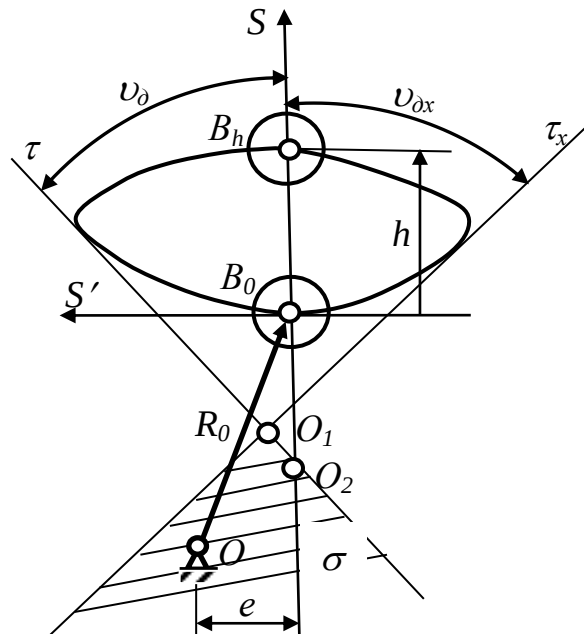


Рис. 14.8. Область допустимых положений центра вращения кулачка в кулачковом механизме с роликовым толкателем

Для построения диаграмм $S'(S)$ на рис. 14.7 и 14.8 можно воспользоваться построенными заранее диаграммами $S'(\varphi)$ и $S(\varphi)$ (рис. 14.9).

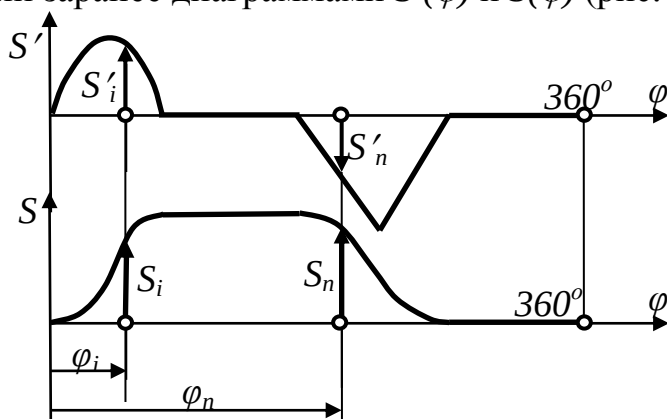


Рис. 14.9. Диаграммы аналога скоростей $S'(\varphi)$ и перемещения $S(\varphi)$ толкателя кулачкового механизма

Рассмотрим кулачковый механизм с роликовым коромыслом (рис. 14.10). Основными размерами механизма являются: радиус R вписанной в профиль кулачка окружности; расстояние между неподвижными опорами A и O ; радиус r ролика. Реакция $\bar{R}_{21}$ между толкателем и кулачком направлена по нормали n к профилю кулачка. Угол между нормалью n и вектором $\bar{V}_B$ скорости точки B будет являться углом давления ν между толкателем и кулачком.

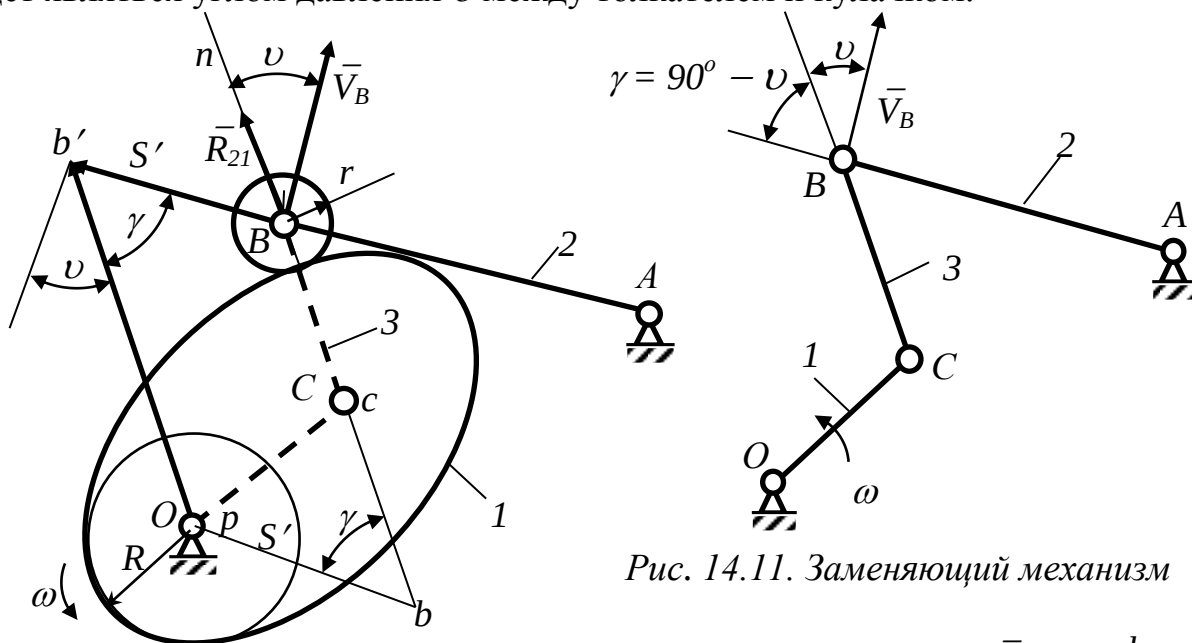


Рис. 14.10. Кулачковый механизм с роликовым коромыслом

Рис. 14.11. Заменяющий механизм

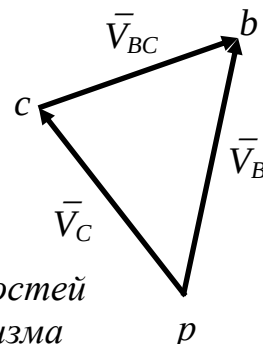


Рис. 14.12. План скоростей заменяющего механизма

Построим на рис. 14.10 заменяющий механизм. Для этого заменим высшую кинематическую пару между толкателем и кулачком звеном 3 с двумя шарнирами C и B . Центр шарнира C поместим в центр кривизны профиля кулачка в точке контакта толкателя и кулачка. Центр шарнира B поместим в центр ролика механизма. Таким образом, заменяющий механизм представляет собой шарнирный четырёхзвенник, изображённый отдельно на рис. 14.11.

Построим на рис. 4.12 план скоростей заменяющего механизма. Для этого составим векторное уравнение:

$$\bar{V}_B = \bar{V}_C + \bar{V}_{BC}, \quad (14.11)$$

где $\bar{V}_B$ – вектор скорости точки B (направлен перпендикулярно AB);

$\bar{V}_C$ – вектор скорости точки C (направлен перпендикулярно OC);

$\bar{V}_{BC}$ – вектор скорости точки B относительно точки C (направлен перпендикулярно BC).

На рис. 14.10 построим в масштабе кривошипа OC повёрнутый на 90° в сторону противоположную угловой скорости ω кулачка план скоростей заменяющего механизма. Полус p плана скоростей при этом совместим с точкой O . Отрезок pb на совмещённом плане скоростей равен аналогу скорости S' точки B , так как масштабы плана скоростей и схемы заменяющего механизма на рис. 14.10 одинаковы. Отложим от центра шарнира B отрезок Bb' , направленный параллельно AB и равный по длине отрезку $pb = S'$. Соединим прямой линией точки b' и O . Построенный таким образом четырёхугольник $ObBb'$ будет являться параллелограммом. Угол между Bb' и стороной Ob' будет равен углу передачи γ в рассматриваемом положении механизма. При этом $\gamma = 90^\circ - \nu$.

Из построений на рис. 14.10 следует, что максимальный угол давления ν_{max} между толкателем и кулачком зависит от положения центра вращения O кулачка. При проектировании кулачкового механизма положение центра вращения O кулачка необходимо выбрать так, чтобы при работе механизма максимальный угол давления ν_{max} не превосходил допускаемого значения ν_0 .

Построим на рис. 14.13 диаграмму $S'(S_B)$. Для этого проведём дугу S_B окружности радиусом AB и центром в точке A . На этой дуге отметим участок B_0B_h , соответствующий углу ψ_p полного размаха коромысла AB . Используя диаграмму $S'(S)$ (рис. 14.9), отметим на дуге S_B ряд точек, например B_i , B_n , B_j и B_k . Соединим прямыми линиями эти точки с центром вращения A коромысла. Отложим от точек B_i , B_n , B_j и B_k отрезки, равные по длине соответствующим аналогам скорости S'_i , S'_n , S'_j и S'_k , учитывая их знак по диаграмме $S'(S)$ на рис. 14.9. Для точек на диаграмме $S'(S_B)$, например i , n , j и k , проведём прямые линии α_i , α_n , α_j и α_n под углом передачи γ_0 к отрезкам $B_i i$, $B_n n$ – для рабочего хода и под углом γ_{0x} к отрезкам $B_j j$ и $B_k k$ – для холостого хода толкателя. Прямые линии α_i , α_n , α_j и α_n образуют область σ , в пределах которой можно расположить центр O вращения кулачка. Для любой точки O , выбранной внутри области σ , будет выполняться условие $\nu_{max} \leq \nu_d$. Расстояние от точки O до точки B_0 будет равно радиусу R_0 вписанной в центровой профиль кулачка окружно-

сти. Отрезок OA определяет расстояние между неподвижными опорами O и A кулачкового механизма. Точка O_1 соответствует наименьшему размеру R_0 .

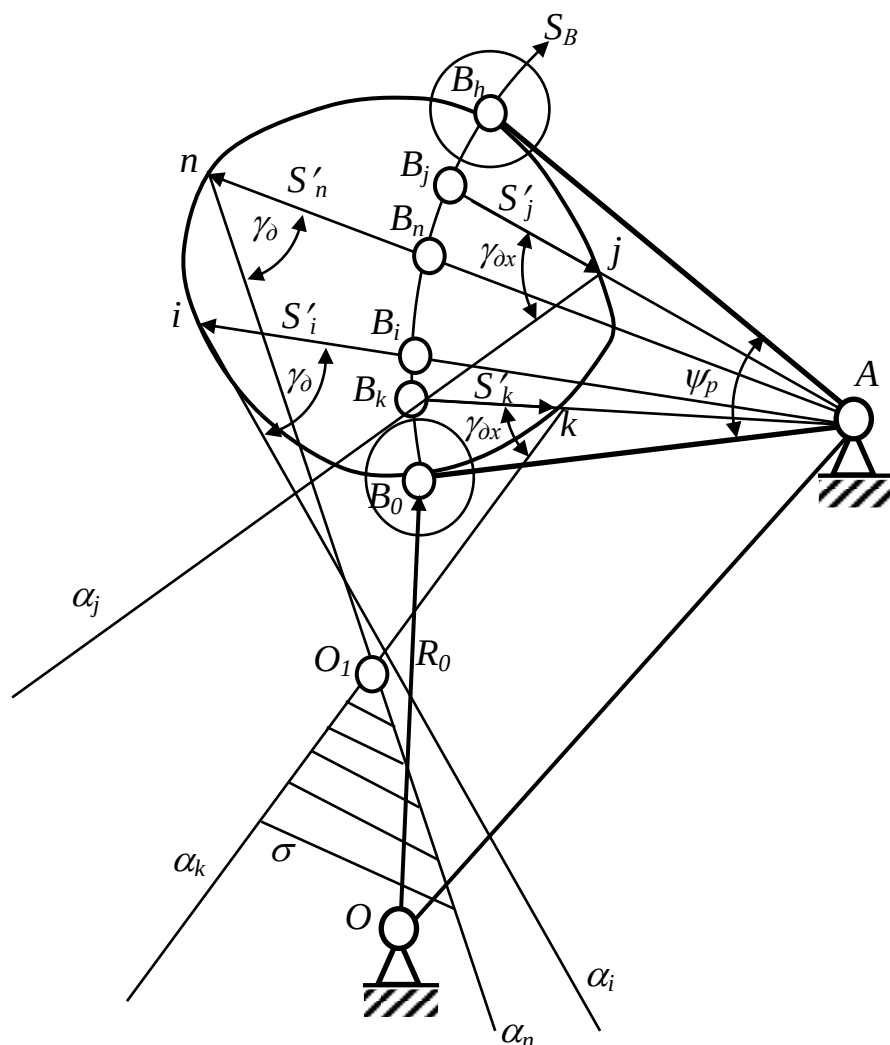


Рис. 14.13. Область допустимых положений центра вращения кулачка в кулачковом механизме с роликовым коромыслом

Рассмотрим кулачковый механизм с плоским толкателем (рис. 14.14). Основными размерами механизма являются: радиус R вписанной в профиль кулачка окружности и радиус r_T тарелки толкателя.

Обозначим через C центр кривизны профиля кулачка в точке его контакта с толкателем. Так как центр кривизны профиля толкателя находится в бесконечности, то высшую кинематическую пару между кулачком и толкателем можно заменить звеном 3 с одной вращательной и одной поступательной парой (рис. 14.15). Построим на рис. 14.16 план ускорений заменяющего механизма. Для этого составим векторное уравнение:

$$\underline{a_{B2}} = \underline{a_{B3}} + \underline{a_{B2,B2}}, \quad (14.12)$$

где $\underline{a_{B2}}$ — вектор ускорения точки B_2 толкателя (направлен параллельно оси y);
 $\underline{a_{B3}}$ — вектор ускорения точки B_3 заменяющего звена 3.

$\vec{a}_{B_2, B_2}$ – вектор ускорения точки B_2 толкателя относительно точки B_3 звена 3 (проходит параллельно направляющей тарелки толкателя, т.е. в данном примере перпендикулярно оси y).

Так как заменяющее звено 3 совершает поступательное движение, то

$$\vec{a}_{B_3} = \vec{a}_C, \quad (14.13)$$

где $\vec{a}_C$ – вектор ускорения точки C звена 1 (направлен перпендикулярно OC).

Учитывая уравнение (14.13), получим из выражения (14.12):

$$\vec{a}_{B_2} = \vec{a}_C + \vec{a}_{B_2, B_2}. \quad (14.14)$$

Решая графически векторное уравнение (14.14), построим на рис. 14.16 план ускорений заменяющего механизма.

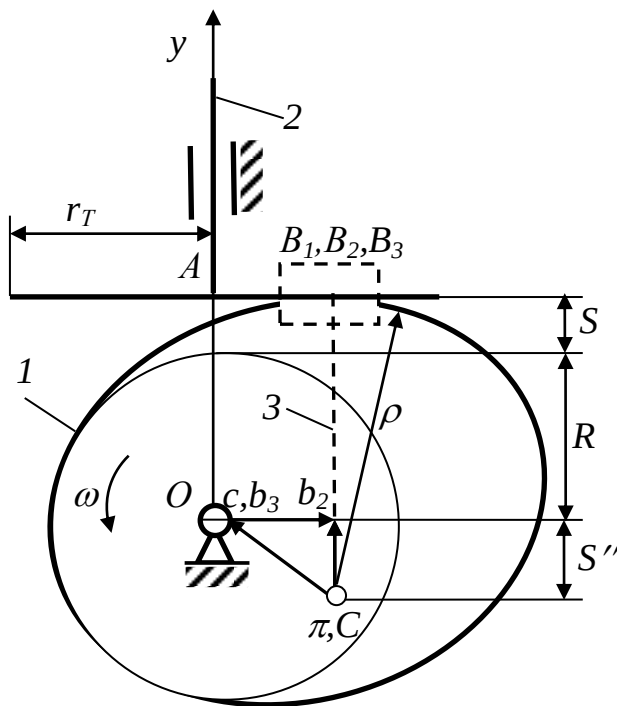


Рис. 14.14. Кулачковый механизм с плоским толкателем

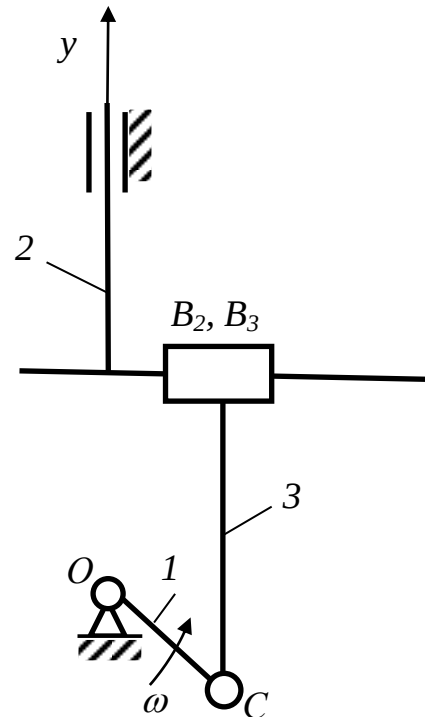


Рис. 14.15. Заменяющий механизм

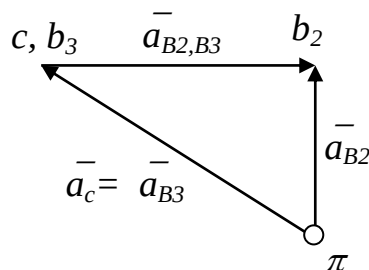


Рис. 14.16. План ускорений заменяющего механизма

Построим на рис. 14.14 в масштабе кривошипа OC план ускорений заменяющего механизма, совместив его полюс π с точкой C , которая является цен-

тром кривизны профиля кулачка в точке контакта. Так как масштабы схемы кулачкового механизма и совмещённого плана ускорений одинаковы, то $\pi b_2 = S''$, где S'' – аналог ускорения толкателя кулачкового механизма. Отсюда следует, что радиус кривизны ρ профиля кулачка определяется суммой:

$$\rho = S'' + R + S, \quad (14.15)$$

где S – перемещение толкателя.

Наименьшее значение начального радиуса профиля кулачка с плоским толкателем определяется из геометрического условия: профиль кулачка должен быть выпуклым во всех его точках, т. е. должно выполняться неравенство, следующее из (14.15):

$$\rho = R_0 + S + S'' > 0, \quad (14.16)$$

где R_0 – нижняя граница начального радиуса профиля кулачка;

S и S'' – перемещение и аналог ускорения толкателя.

Из соотношения (14.16) получим условие выпуклости профиля:

$$R_0 > -(S + S''). \quad (14.17)$$

Определение величины R_0 сводится к следующим построениям (рис. 14.17). В прямоугольной системе координат построим диаграмму $f(\varphi) = -(S + S'')$. Причём можно ограничиться построением только таких участков диаграммы $f(\varphi)$, которые соответствуют окрестностям наибольших по модулю отрицательных ординат S'' на фазах подъёма и опускания. Для построения диаграммы $f(\varphi)$ удобно использовать уже готовую диаграмму $S(\varphi)$.

Ось f направим противоположно оси S , а начало координат графика $f(\varphi)$ совместим с началом координат графика $S(\varphi)$. После построения диаграммы $f(\varphi)$ проведём к ней снизу касательную прямую линию τ параллельно оси φ . Расстояние между касательной τ и осью φ определяет величину R_0 .

Область допустимых значений начального радиуса R профиля кулачка определяется неравенством

$$R \geq R_0 + \rho_{min}, \quad (14.18)$$

где ρ_{min} – наименьшее допустимое значение радиуса кривизны профиля кулачка.

Величина ρ_{min} определяется при расчёте на прочность, из условий ограничения контактных напряжений в пределах от $\rho_{min} = 0,2 \cdot h$ до $\rho_{min} = 0,5 \cdot h$. Величина радиуса тарелки r_T толкателя должна превышать наибольшее значение модуля аналога скорости толкателя и при подъёме, и при опускании, т. е. должны выполняться условия:

$$r_T > b_1 \text{ и } r_T > b_2. \quad (14.19)$$

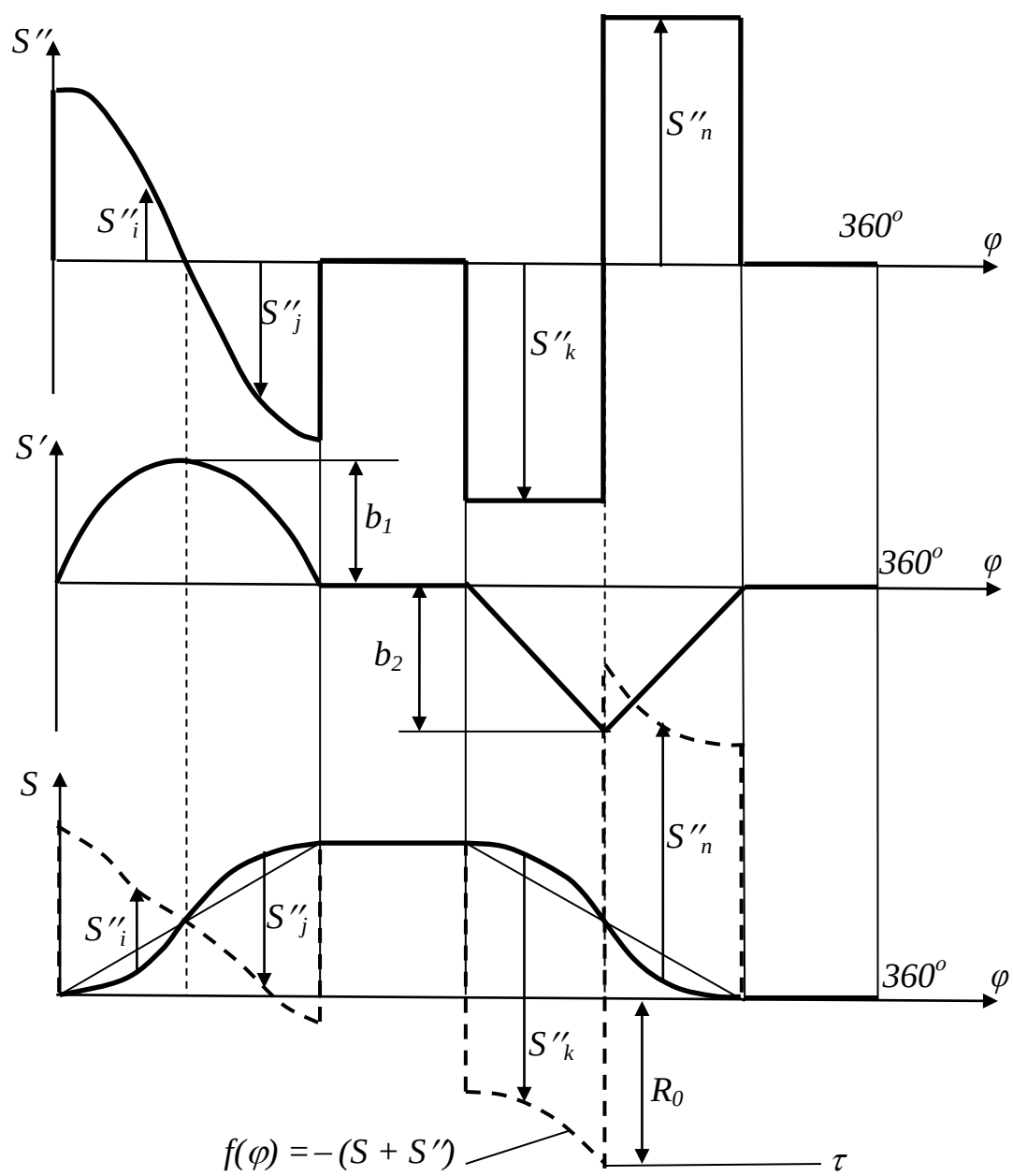


Рис. 14.17. Построение графика $f(\varphi) = -(S + S')$

ЛЕКЦИЯ 15

Метод обращения движения для построения профиля кулачка

Основной задачей синтеза кулачковых механизмов является построение профиля кулачка по заданному закону движения толкателя.

Задача построения профиля кулачка в общем случае решается **методом обращения движения**. Основой этого метода служит свойство независимости относительного движения звена в кинематической цепи с одной степенью свободы от того, какое звено в цепи считается неподвижным.

При построении профиля кулачка рассматривается обращённое движение, т.е. движение стойки и толкателя относительно кулачка, который условно принимается неподвижным. Стойка относительно кулачка при этом вращается с угловой скоростью ω_K против вращения кулачка. Движение толкателя относительно кулачка в обращённом движении разлагается на переносное движение вместе со стойкой и движение относительно стойки.

Таким образом, определение положения толкателя, соответствующего фиксированному значению обобщённой координаты φ_i (рис. 15.1), можно свести к выполнению двух операций:

- 1 – строим по заданному значению φ_i положение стойки;
- 2 – по заданной координате S_i , определяющей положение толкателя относительно стойки, находим положение толкателя.

Например, для кулачкового механизма с острым толкателем (рис. 15.1), изобразив ряд положений толкателя в обращённом движении и соединив полученные таким образом точки B_i толкателя плавной кривой линией, построим профиль кулачка.

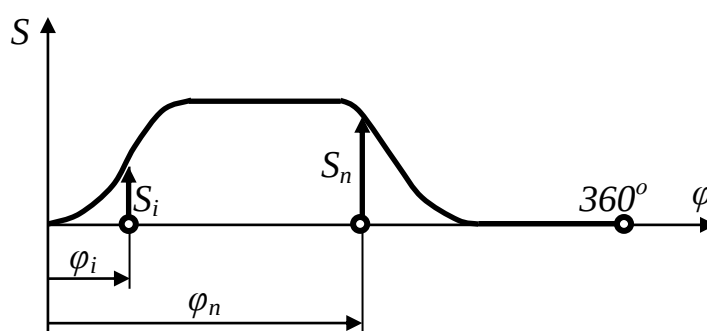


Рис. 15.1. График перемещения толкателя

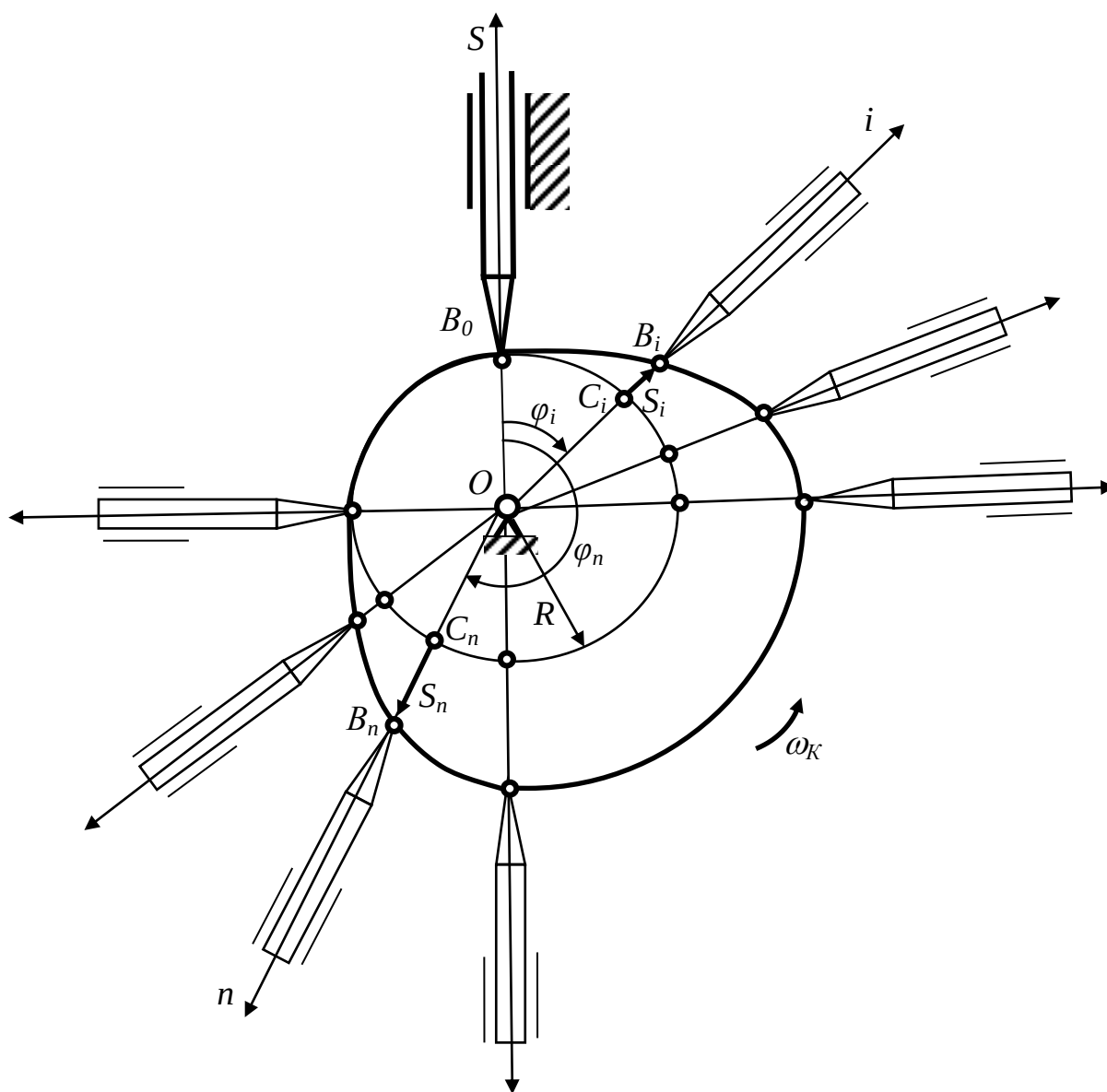


Рис. 15. 2. Построение профиля кулачка механизма с острым толкателем

Построение центрального профиля кулачка с роликовым толкателем

Центровой профиль кулачка построим с помощью метода обращения движения, при котором кулачок условно принимается неподвижным, а движение толкателя относительно кулачка разлагается на переносное движение вместе со стойкой и движение относительно стойки.

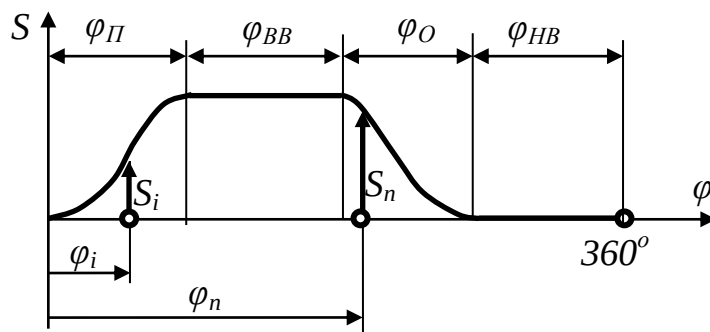


Рис. 15.3. График перемещения толкателя

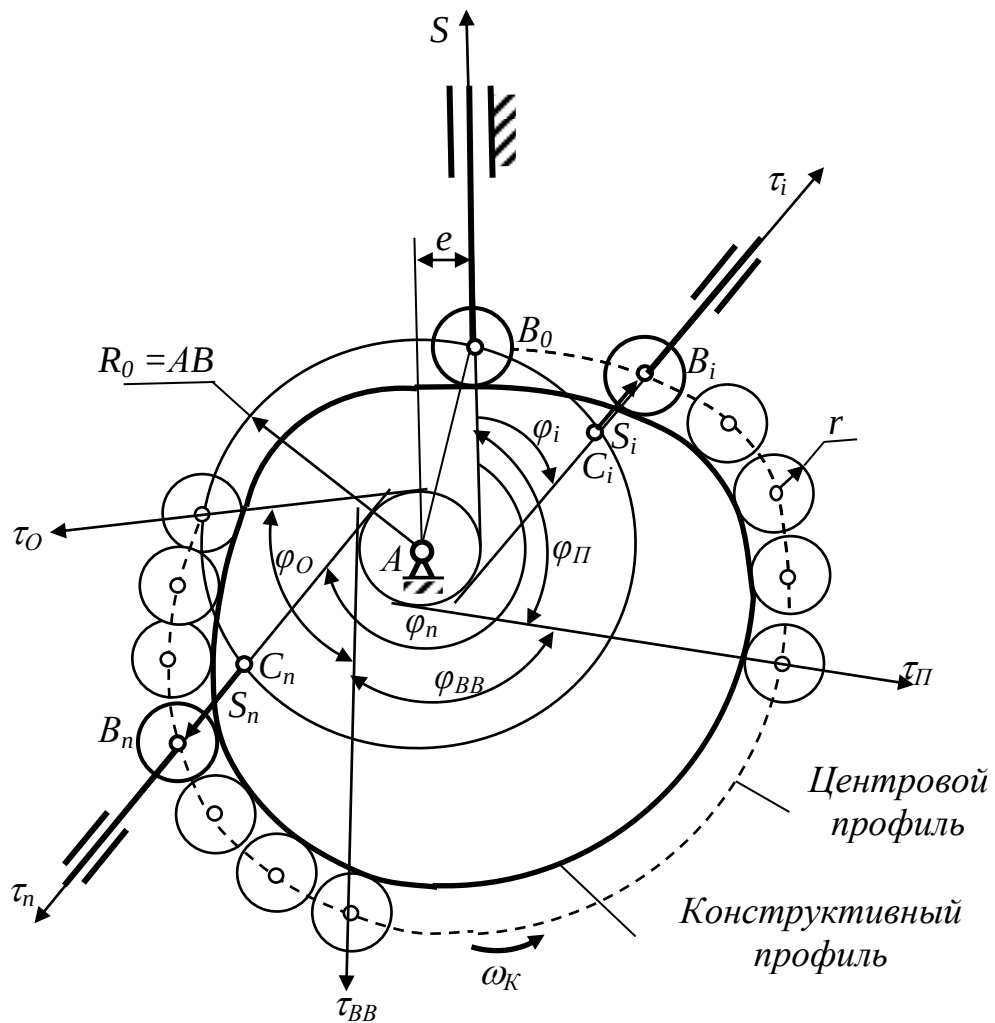


Рис. 15.4. Построение профиля кулачка механизма с роликовым толкателем

При заданном законе движения толкателя $S(\varphi)$, изображённом на рис. 15. 3, построения центрального профиля кулачка производятся в следующем порядке.

1. Проведём ось толкателя на расстоянии e от центра A вращения кулачка.
2. Построим окружность радиусом R_O с центром в точке A .
3. Точка пересечения B_O этой окружности с осью толкателя определяет начальное положение ролика.
4. На окружности радиуса R_O , начиная от точки B_O в направлении, противоположном вращению кулачка, откладываем дуги, соответствующие фазовым углам φ_{II} , φ_{VV} и φ_O . Дуги, соответствующие углам φ_{II} и φ_O , делим на части аналогично делению на части оси абсцисс диаграммы движения $S(\varphi)$ толкателя. На рис. 15.3 показаны точки деления C_i и C_n . Остальные точки строятся аналогично.
5. Построим окружность смещения радиусом e и центром в точке A .
6. Через точки C_i , C_n и т.д. проведём касательные прямые τ_i , τ_n и т. д. к окружности смещения. На касательных прямых τ_i , τ_n и т. д. откладываем отрезки $C_i B_i = S_i$, $C_n B_n = S_n$ и т. д., длины которых снимаем с диаграммы перемещения толкателя $S(\varphi)$.
7. Проведя через построенные таким образом точки B_i , B_n и т. д. плавную кривую линию, получим центральный профиль кулачка. На рисунке 15.4 центральный профиль кулачка изображён штриховой линией.

Выбор радиуса ролика и построение конструктивного профиля кулачка

Из условий наименьшего контактного напряжения и конструктивных соображений радиус r ролика кулачкового механизма рекомендуется принимать не выходящим за следующие пределы:

$$r \leq 0,48 \cdot R_O, \quad r \leq 0,8 \cdot \rho_{\min}, \quad (15.1)$$

где $\rho_{\min}$ – наименьший радиус кривизны центрального профиля на его выпуклых участках.

Наименьший радиус кривизны центрального профиля определяется графически следующими построениями (рис. 15.5).

На выпуклой части центрального профиля выбираем точку с наибольшей кривизной, например B_2 . Выбор этой точки производится приближённо «на глаз». От точки B_2 с разных сторон отмечаем две соседние точки профиля на небольших от неё расстояниях, например B_1 и B_3 . Строим оси симметрии отрезков $B_1 B_2$ и $B_2 B_3$: точка пересечения этих осей будет являться центром C окружности, проходящей через три отмеченные точки, а отрезок CB_2 будет приближённо выражать $\rho_{\min}$.

Граничные значения величин для выбора радиуса ролика r следует выбирать с учётом соотношений (15.1).

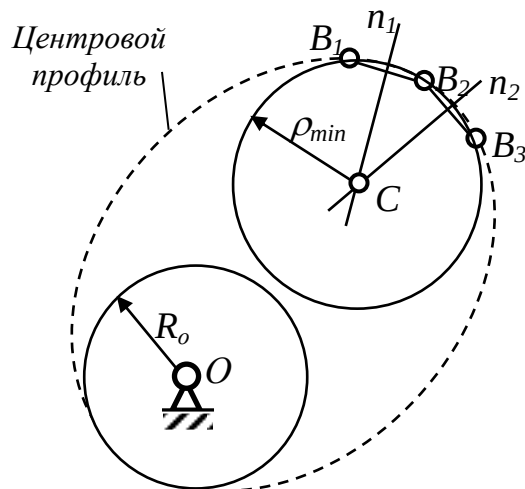


Рис. 15.5. Определение наименьшего радиуса кривизны центрального профиля

Конструктивный профиль кулачка получаем как плавную кривую линию, огибающую семейство окружностей радиуса r ролика, центры которых находятся на центровом профиле (рис. 15. 4).

Построение центрального профиля кулачка с роликовым коромыслом

Центровой профиль кулачка построим с помощью метода обращения движения, при котором кулачок условно принимается неподвижным, а движение толкателя относительно кулачка разлагается на переносное вращательное движение вместе со стойкой и вращательное движение относительно опоры А.

Диаграмма перемещения $S(\varphi)$ центра ролика В коромыслового толкателя кулачкового механизма изображена на рис. 15.6. Точка В толкателя перемещается по дуге окружности S_B , центр которой лежит в точке А.

После определения радиуса окружности R_o , вписанной в центральный профиль кулачка, и расстояния между опорами О и А построение центрального профиля кулачка сводится к выполнению следующих операций.

Построим отрезок ОА, расположив его для удобства горизонтально.

Построим окружность с центром в точке О и радиусом $R_o = OB$. Проведём дугу окружности радиусом АВ и центром в точке А. Точку пересечения этих двух окружностей обозначим B_o .

Определим максимальный угол размаха ψ_P коромысла:

$$\psi_P = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{h}{l_{AB}}, \quad (15.2)$$

где h – полное перемещение центра ролика В коромысла по дуге S_B (ход толкателя);

l_{AB} – длина коромысла.

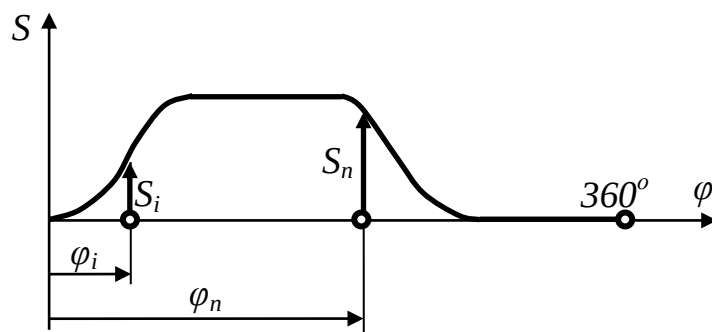


Рис. 13.6. График перемещения толкателя

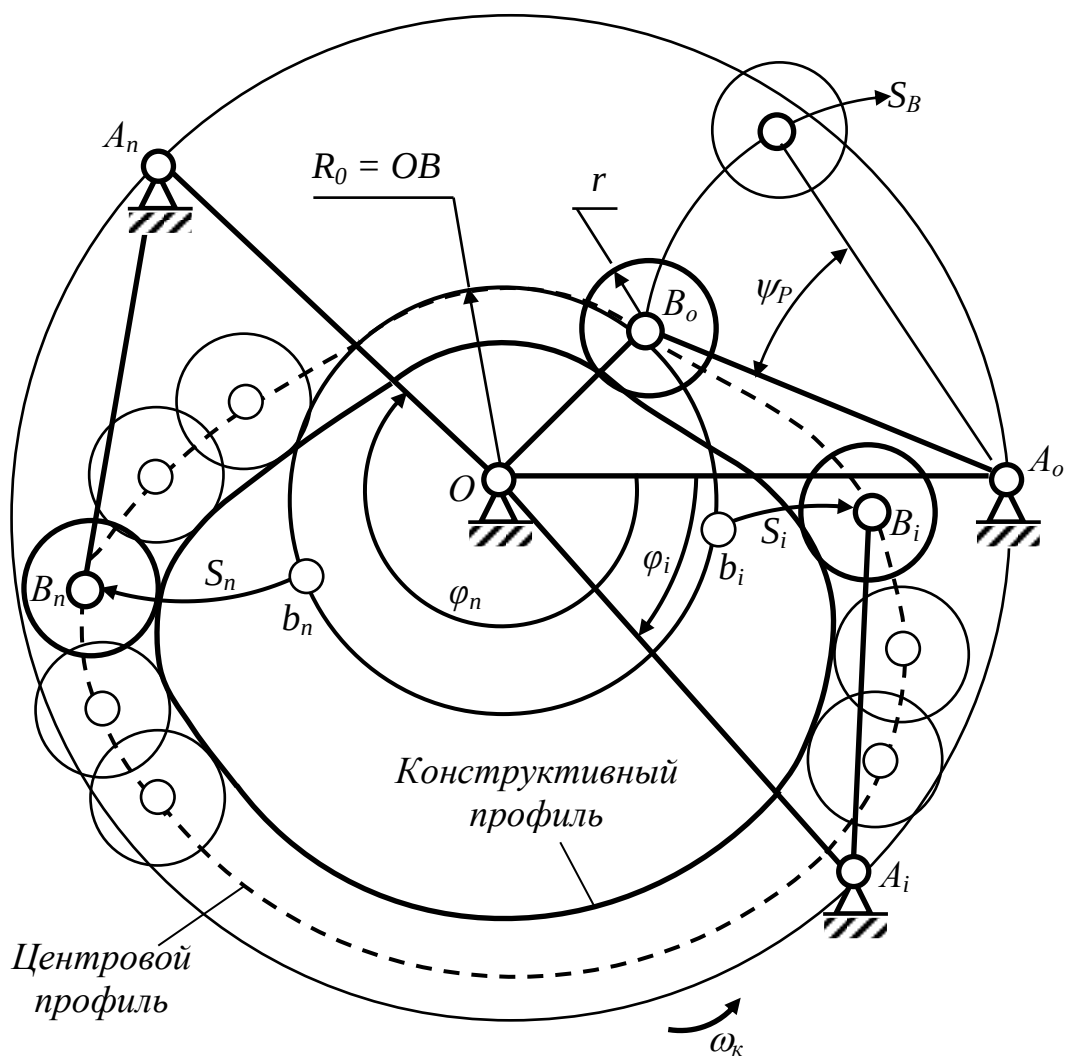


Рис. 15.7. Построение профиля кулачка с роликовым коромыслом

Проведём окружность радиусом OA и центром в точке O . Начиная от точки A_o , произведём разметку движения опоры A толкателя в обратном движении коромысла относительно кулачка. Для этого откладываем углы φ_i , φ_n и т.д., соответствующие текущим значениям углов поворота кулачка на диаграм-

ме $S(\varphi)$. Полученные таким образом точки на окружности радиуса OA обозначим b_i, b_n и т.д.

Проведём дугу окружности с центром в точке A_i радиусом AB . На этой дуге, используя диаграмму $S(\varphi)$, отложим расстояние S_i , соответствующее перемещению центра ролика для текущего угла φ_i . Полученную таким образом точку обозначим B_i . Аналогично построим ряд других точек для остальных углов текущей угловой координаты φ , например B_n и т.д.

Соединив плавной кривой линией точки B_i, B_n и т.д., получим траекторию движения центра ролика в обращённом движении относительно кулачка, которая будет являться центровым профилем кулачка.

Для построения конструктивного профиля кулачка необходимо предварительно выбрать радиус ролика, используя соотношения (15.1). Построение для определения наименьшего радиуса ρ_{min} ролика аналогично построениям на рис. 15.5.

Конструктивный профиль кулачка получаем как плавную кривую линию, огибающую семейство окружностей радиуса r ролика, центры которых находятся на центровом профиле (рис. 15.7).

Построение профиля кулачка с плоским толкателем

Исходными данными для построения профиля кулачка являются: радиус R окружности, вписанной в профиль кулачка; диаграммы перемещения $S(\varphi)$ и аналога скоростей $S'(\varphi)$ толкателя (рис. 15.8).

На рисунке 15.9 построим профиль кулачка, пользуясь способом обращения движения. При этом обращенное движение толкателя (т. е. движение толкателя относительно кулачка) складывается из вращения его оси вокруг точки O в направлении, противоположном вращению кулачка, и перемещению вдоль оси в соответствии с законом движения $S(\varphi)$. Расстояние от точки касания кулачка с толкателем до оси толкателя изменяется по закону $S'(\varphi)$. Так как профиль кулачка можно рассматривать как геометрическое место точек касания на плоскости кулачка, то построение профиля кулачка можно свести к выполнению следующих построений.

Построим окружность радиуса R и через её центр O проводим ось S толкателя. Точку пересечения оси и окружности обозначим через B_0 .

Начиная от точки B_0 , в направлении, противоположном вращению кулачка, на построенной окружности откладываем дуги, соответствующие углам поворота кулачка φ_n, φ_i и т.д. Точки деления на окружности радиуса R обозначим через C_i, C_n и т.д.

Из точки O проводим лучи n_i, n_n через точки деления C_i, C_n соответственно. Пользуясь диаграммой $S(\varphi)$, откладываем на лучах n_i, n_n отрезки $C_i b_i = S_i, C_n b_n = S_n$ и т.д. Через точки b_i, b_n перпендикулярно лучам n_i, n_n проводим лучи τ_i, τ_n , соответственно. На построенных таким образом лучах τ_i, τ_n откладываем отрезки $b_i k_i = S'_i, b_n k_n = S'_n$ и т.д., взятые с диаграммы аналога скоростей $S'(\varphi)$ толкателя с учётом знака.

Через построенные точки k_i , k_n и т.д. проводим плавную кривую линию, которая будет являться профилем кулачка.

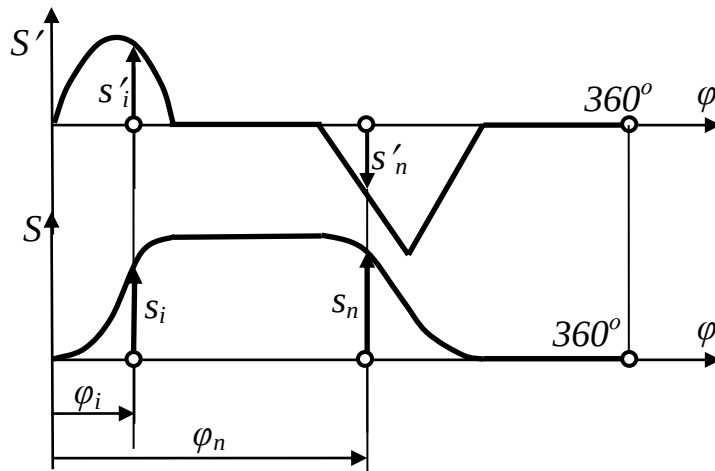


Рис. 15.8. Графики движения плоского толкателя

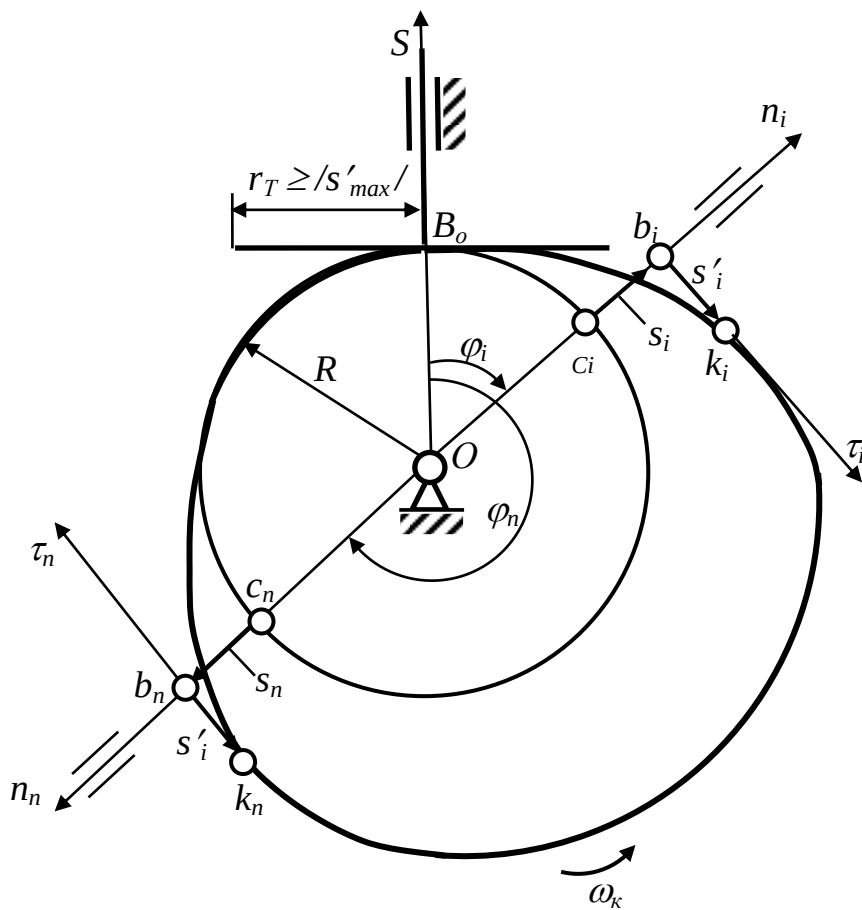


Рис. 15.9. Построение профиля кулачка с плоским толкателем

Расчёт замыкающей пружины

В кулачковых механизмах с силовым замыканием контакт между звеньями высшей кинематической пары обеспечивается замыкающей пружиной (рис. 15.10).

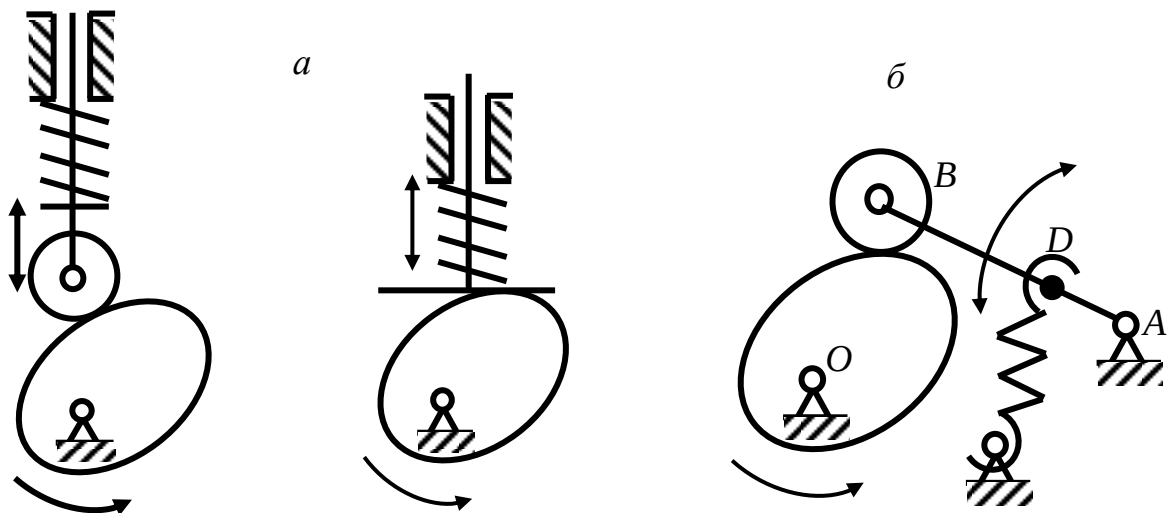


Рис. 15.10. Замыкание толкателя и кулачка с помощью пружины:

а – поступательное движение; б – вращательное движение толкателя

Предварительное натяжение пружины должно составлять от 20 до 40 % наибольшей силы пружины. Наибольшая сила пружины должна в 1,5 – 2 раза превышать наибольшую силу инерции толкателя в области, где возможен отрыв толкателя от поверхности кулачка. Указанные условия учитываются с помощью коэффициентов $k_1 = 0,2 - 0,4$ и $k_2 = 1,5 - 2$.

Обозначим через d – начальное растяжение и c – жёсткость пружины. Тогда величина силы пружины будет определяться формулой

$$P_{np} = c \cdot (d + S),$$

где S – перемещение толкателя.

Учитывая, что предварительное натяжение будет возникать при $S = 0$, а наибольшая сила пружины возникает при $S = h$, составим следующие два уравнения:

$$c \cdot d = k_1 \cdot c \cdot (d + h), \quad (15.3)$$

$$c \cdot (d + h) = k_2 \cdot F''_0, \quad (15.4)$$

где $k_1 = 0,2 - 0,4$;

$k_2 = 1,5 - 2$;

$F''_0 = m \cdot a_0$ – наибольшая по модулю сила инерции толкателя;

m – масса толкателя;

$a_0 = S''_0 \cdot \omega_k^2$ – наибольшее по модулю ускорение толкателя;

S''_0 – наибольшее по модулю значение аналога ускорения толкателя на

интервалах, где $S'' < 0$;

ω_k – угловая скорость кулачка.

Решая систему двух уравнений (15.3) и (15.4), получим формулы, определяющие начальное растяжение d и жёсткость пружины c .

Для кулачковых механизмов с поступательно движущимся толкателем (рис. 15.10 а) получим следующие формулы.

Предварительное растяжение пружины:

$$d = \frac{k_1 \cdot h}{1 - k_1}, \text{ мм.} \quad (15.5)$$

Жёсткость пружины:

$$c = m \cdot S_0'' \cdot \omega^2 \frac{1 - k_1}{h} k_2, \text{ Н/мм.} \quad (15.6)$$

Для кулачковых механизмов с коромысловым толкателем (рис. 15.10 б) формулы имеют следующий вид:

Предварительное растяжение пружины:

$$d = \frac{k_1 \cdot h}{1 - k_1} \frac{l_{AD}}{l_{AB}}, \text{ мм.} \quad (15.7)$$

Жёсткость пружины:

$$c = \frac{J_A}{l_{AD}^2} \cdot S_0'' \cdot \omega^2 \frac{1 - k_1}{h} k_2, \quad \frac{\text{Н}}{\text{мм}}, \quad (15.8)$$

где l_{AB} – длина коромыслового толкателя;

l_{AD} – расстояние от оси вращения A коромысла до точки присоединения D пружины к коромыслу (выбирается из конструктивных соображений, например, можно принять $l_{AD} = 0,5 \cdot l_{AB}$);

J_A – момент инерции коромысла относительно его опоры A ;

J_A / l_{AD}^2 – приведённая к точке присоединения D пружины масса толкателя.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основной

1. *Теория механизмов и машин*: учеб. для втузов / К.В. Фролов, С.А. Попов и др.; под ред. К.В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1987, 1998, 2001, 2004.
2. *Артоболевский И.И.* Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – М.: Наука, 1988.
3. *Левитская О.Н.* Курс теории механизмов и машин / О.Н. Левитская, Н.И. Левитский. – М.: Высш. шк., 1985.
4. *Тимофеев Г.А.* Теория механизмов и машин: учеб. пособие / Г.А. Тимофеев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт; ИД Юрайт, 2010.

Дополнительный

5. *Кожевников С.Н.* Теория механизмов и машин / С.Н. Кожевников. – М., 1977.
6. *Кожевников С.Н.* Механизмы: справ. пособие / С.Н. Кожевников, Я.И. Есипенко, Я.М. Раскин; под ред. С.Н. Кожевникова. – М., 1976.
7. *Крайнев А.Ф.* Словарь-справочник по механизмам / А.Ф. Крайнев. – М., 1987.
8. *Попов С.А.* Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / С.А. Попов, Г.А. Тимофеев. – М., 1998, 2002, 2004, 2008.
9. *Евдокимов Ю.И.* Теория механизмов и машин. Ч. 1: Структура, кинематика и кинетостатика механизмов: курс лекций / Новосиб. гос. аграр. ун-т; Инженер. ин-т. – Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2013. – 136 с.
10. *Лабораторные работы по теории механизмов и машин* / Новосиб. гос. аграр. ун-т; сост. Ю.И. Евдокимов. – Новосибирск, 2009.
11. *Тесты по теории механизмов и машин машин* / Новосиб. гос. аграр. ун-т; сост. Ю.И. Евдокимов. – Новосибирск, 2007.
12. *Курсовое проектирование по теории механизмов и машин в примерах*: учеб-метод. пособие / Новосиб. гос. аграр. ун-т; сост. Ю.И. Евдокимов. – Новосибирск, 2011.

СОДЕРЖАНИЕ

ЛЕКЦИЯ 9	3
Зубчатые механизмы. Введение	3
Виды зубчатых механизмов	3
Основная теорема плоского зацепления	5
Геометрические элементы прямозубого цилиндрического зубчатого колеса	6
Эвольвентное зацепление	7
Свойства эвольвенты окружности	9
Свойства эвольвентного зацепления	9
ЛЕКЦИЯ 10	11
Методы нарезания зубчатых колёс	11
Выбор коэффициентов смещения	15
ЛЕКЦИЯ 11	19
Коэффициент перекрытия	19
Общий алгоритм синтеза зубчатой передачи	21
Пример расчёта основных геометрических параметров зубчатой передачи	25
Построение картины зубчатого зацепления	28
Определение коэффициента перекрытия графическим методом	31
ЛЕКЦИЯ 12	32
Кинематика многозвенных зубчатых механизмов	32
Зубчатые механизмы с неподвижными осями колёс	32
Дифференциальные зубчатые механизмы	35
Планетарные механизмы	36
Графическое определение передаточного отношения	38
Синтез планетарной зубчатой передачи	41
ЛЕКЦИЯ 13	45
Кулачковые механизмы. Общие положения	45
Виды кулачковых механизмов	46
Фазовые углы кулачкового механизма	47
Законы движения выходного звена кулачкового механизма...	65

Графическое интегрирование.....	70
ЛЕКЦИЯ 14.....	73
Угол давления в кулачковом механизме.....	73
Метод замены высшей кинематической пары одним звеном...	76
Определение основных размеров кулачковых механизмов.....	78
ЛЕКЦИЯ 15.....	89
Метод обращения движения для построения профиля кулачка	89
Построение центрального профиля кулачка с роликовым толкателем.....	90
Выбор радиуса ролика и построение конструктивного профиля кулачка.....	92
Построение центрального профиля кулачка с роликовым коромыслом.....	93
Построение профиля кулачка с плоским толкателем.....	96
Расчёт замыкающей пружины.....	97
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	100

Евдокимов Юрий Иванович

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН
ЧАСТЬ 2
ЗУБЧАТЫЕ И КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ
Курс лекций

Редактор Н.К. Крупина
Компьютерная вёрстка Т.А. Измайлова

Переизданный курс лекции печатается в авторской редакции 2014 г.

Подписано в печать 29 сентября 2020 г.
Формат 60×84 1/16. Объём 6,0 уч. – изд. л., усл. печ. л.
Тираж 120 экз. Изд. № 122. Заказ №

Отпечатано в Издательстве
Новосибирского государственного аграрного университета

630039, Новосибирск, ул. Добролюбова, 160, каб. 106
Тел/факс (383) 267-09-10. E-mail: 2134539@mail.ru