ФГБОУ ВО НОВОСИБИРСКИЙ ГАУ

Теоретическая механика

Методические указания по самостоятельному изучению дисциплины и выполнению контрольных и расчетно-графических работ

35.03.06 *Агроинженерия*

Новосибирск 2021

Кафедра математики и физики

УДК 531. 011 (07)
ББК 22.21, Я7
Т 338

Составитель: канд. техн. наук, доц. В.П. Косых

Рецензент: доктор техн. наук, профессор А. М.Красюк.

Теоретическая механика: методические указания по самостоятельному изучению дисциплины и выполнению контрольных и расчетно-графических работ/ Новосиб. гос. аграр. ун-т; сост. В. П. Косых – Новосибирск, 2021. – 64 с.

В методических указаниях представлены задания для контрольных и расчетно-графических работ, задания для самостоятельного решения, вопросы для самоконтроля знаний, вопросы к экзаменам, список рекомендуемой литературы

Методическое пособие предназначено для студентов Инженерного института очной и заочной форм обучения по направлению подготовки:

35.03.06Агроинженерия (профили: Технические системы в агробизнесе;
Технологическое оборудование для хранения и переработки сельскохозяйственной продукции;
Технический сервис в агропромышленном комплексе);

Утверждены и рекомендованы к изданиюучебно-методическим советом Инженерного института (протокол №от 2021 г.).

Содержание

1. Введение

1.1. Цели и задачи дисциплины

«Теоретическая механика» – фундаментальная естественнонаучная дисциплина, лежащая в основесовременногоподходакизучениюявленийприроды,широкоприменяемаяв различныхотрасляхтехники(авиации,космонавтике,нефтегазопромысловомделе, машиностроении,приборостроенииит.п.)исодействующаяразвитиюэффективных технологий.Теоретическаямеханиказанимаетсяобщимизакономерностямимеханических движенийматериальныхтелисиловыхвзаимодействиймеждуними,атакже взаимодействие тел с физическими полями. Изучение теоретической механики способствует развитиюабстрактногомышления,формированиюсистемыфундаментальныхзнаний, позволяющихбудущемуспециалистустроитьлогическиобоснованныемоделиизучаемых явленийипроцессов,использоватьнапрактикеприобретённыеимбазовыезнания. Самостоятельно,используясовременныеобразовательныеиинформационныетехнологии,ов ладеватьновойметодологиейнаучногоанализапроблем,скоторымиемупридётся столкнуться в производственной и научной деятельности.

Целью теоретической механики являются:

-изучениеобщейтеорииосовокупностисил,приложенныхкматериальнымтелам,иоб основныхоперацияхнадсилами,позволяющихприводитьсовокупностиихкнаиболее простомувиду,выводитьусловияравновесияматериальныхтел,находящихсяпод действием заданной совокупности сил, и определять реакции связей, наложенных на данное материальное тело;

- изучение способов количественного описания существующих движений материальных тел в отрыве от силовых взаимодействий их с другими телами или физическими полями, таких как орбитальные движения небесных тел, искусственных спутников Земли, колебательные движения(вибрации)вширокомихдиапазоне–отвибрацийвмашинахифундаментах, качкикораблейнаволнении,колебанийсамолетовввоздухе,тепловозов,электровозов, вагонов и других транспортных средств, до колебаний в приборах управления.

- изучение движения материальных тел в связи с механическими взаимодействиями между ними,основываясьназаконахсложениясил,правилахприведениясложныхих совокупностейкпростейшемувидуиприемахописаниядвижений,установлениезаконов связи действующих сил с кинематическими характеристиками движений и применение этих законовдляпостроенияиисследованиямеханико-математическихмоделейадекватно описывающих разнообразные механические явления.

Приизучениитеоретическоймеханикивырабатываютсянавыкипрактического использованияметодов,предназначенныхдляматематическогомоделированиядвижения систем твёрдых тел.

1.2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы (ООП)

ВнешниетребованиякосвоениюдисциплинырегламентируютсяФГОСВОпо направлениям подготовки:

35.03.06 Агроинженерия.

Изучениедисциплины«Теоретическаямеханика»базируетсяназнаниях,уменияхи компетенциях,полученныхвходеосвоениякурсов«Математика»и«Физика». Базирующиеся дисциплины: «Сопротивление материалов», «Теория механизмов и машин», «Детали машин и основы конструирования».

1.3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины в соответствии с требованиями ФГОС ВО и с учетом ПООП (при наличии) направлен на формирование следующих компетенций УК и ОПК:

УК-1	Способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;
ОПК-1	Способность решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических и естественных наук с применением информационно-коммуникационных технологий;
ОПК-5	Способность участвовать в проведении экспериментальных исследований в профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

- основные математические законы, необходимые для решения типовых задач в области агроинженерии;
- основные математические законы, необходимые для проведения экспериментальных исследований в профессиональной деятельности.

Уметь:

- использовать знания основных законов математических и естественных наук для решения стандартных задач в области инженерии;
- использовать знания основных законов математических и естественных наук для проведения экспериментальных исследований в профессиональной деятельности.

Владеть:

- элементами расчета теоретических схем механизмов, транспортных и транспортно-технологических машин и оборудования;
-методами решения типовых задач профессиональной деятельности;
-классическими и современными методами экспериментальных исследований в профессиональной деятельности.

2. Методические указания по выполнению контрольных и расчетно-графических работ

Студенты, обучающиеся по направлениям подготовки **35.03.06 Агроинженерия** выполняют расчетно – графическую работу (РГР) по следующим темам:

статика - задачи С1, С2, С3,

кинематика - задачи К1, К2,К3,

динамика задачи Д1, Д2, Д3.

Каждая задача содержит: текст, рисунки и таблицы с исходными данными. Нумерация рисунков двойная, при этом первая цифра совпадает с номером задачи, вторая цифра означает номер рисунка.

Студент во всех задачах выбирает номер рисунка по предпоследней цифре шифра, а номер условия в таблице - по последней.

Каждое задание выполняется в отдельной тетради. На обложке указываются: название дисциплины, номер шифра, фамилия и инициалы студента, учебный шифр, факультет, специальность и адрес.

Решение каждой задачи следует начинать на развороте страницы. Сверху указывается номер задачи, далее делается чертеж и записывается, что в задаче дано и что требуется определить (текст задачи не переписывать). Чертеж выполняется с учетом условий решаемого варианта задачи; на нем все углы, действующие силы; число тел и их расположение на чертеже должны соответствовать этим условиям.

Чертеж должен быть аккуратным и достаточно крупным, на нем должны быть ясно показаны все силы и векторы скоростей и ускорений и др. Решение задач необходимо сопровождать краткими пояснениями (какие формулы или теоремы применяются, как получаются те или иные результаты).

Работы, не отвечающие перечисленным требованиям, не проверяются и возвращаются на переделку.

При решении задач надо учесть, что все нити (веревки, тросы) считаются нерастяжимыми и невесомыми, нити, перекинутые через блок, не скользят, катки и колеса (в кинематике и динамике) катятся по плоскостям без скольжения. Все связи, если не сделано оговорок, считаются идеальными

Следует учесть, что некоторые из величин, заданных в условиях задач, при решении отдельных вариантов могут не понадобиться, они нужны при решении других вариантов задачи.

В курсе теоретической механики студенты изучают три раздела: статику, кинематику и динамику.

Для освоения курса необходимо иметь соответствующую математическую подготовку. Во всех разделах курса, начиная со статики, широко используется векторная алгебра. Необходимо уметь вычислять проекции векторов на координатные оси, находить геометрически (построением векторного треугольника или многоугольника) и аналитически (по проекциям на координатные оси) сумму векторов, вычислять скалярное и векторное произведения двух векторов и знать свойства этих произведений, а в кинематике и динамике -дифференцировать векторы. Надо также уметь свободно пользоваться системой прямоугольных декартовых координат на плоскости и в пространстве, знать, что такое единичные векторы (орты) этих осей и как выражаются составляющие вектора по координатным осям с помощью ортов.

Для изучения кинематики необходимо уметь дифференцировать функции одного переменного, строить графики этих функций, быть знакомым с понятиями о естественном трехграннике, кривизне кривой и радиусе кривизны, знать основы теории кривых 2-го порядка, изучаемой в аналитической геометрии. При изучении динамики надо уметь находить интегралы (неопределенные и определенные) от простейших функций, вычислять частные производные и полный дифференциал функций нескольких переменных, а также уметь интегрировать дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными и линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка (однородные и неоднородные) с постоянными коэффициентами.

Критерии оценки выполнения контрольных работ

– оценка «отлично» выставляется при правильно выполненной задаче, аккуратно и чисто, в соответствии с требованиями, оформленном решении;

– оценка «хорошо» выставляется при правильно решенной задаче и при наличии в ходе выполнения незначительных помарок;

– оценка «удовлетворительно» выставляется, если после проверки в задаче будут исправлены все ошибки, и она будет оформлена в соответствии с пунктом выше.

– во всех остальных случаях работа не засчитывается и выдается другой вариант.

3. Условия задач для расчетно-графических и контрольных работ

СТАТИКА

Задание С-1 (произвольная плоская система сил)

Определить реакции связей горизонтальной балки, находящейся под действием заданной нагрузки. Необходимые для расчёта данные приведены в таблице С1.1. Схемы балок показаны в таблице С1.2.

Указания. Задача С1 – на равновесие тела под действием произвольной плоской системы сил. При ее решении уравнение моментов будет более простым (содержать меньше неизвестных), если брать моменты относительно точки, где пересекаются линии действия двух реакций связей. При вычислении момента силы $\vec{P}$ часто удобно разложить ее на составляющие $\vec{P}'$ и $\vec{P}''$, для которых плечи легко определяются, и воспользоваться теоремой Вариньона; тогда $m_0(\vec{P}) = m_0(\vec{P}') + m_0(\vec{P}'')$.

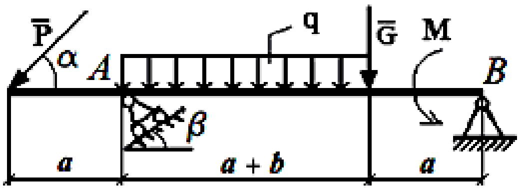
Таблица С1.1

Исходные данные для расчётно-графических работ

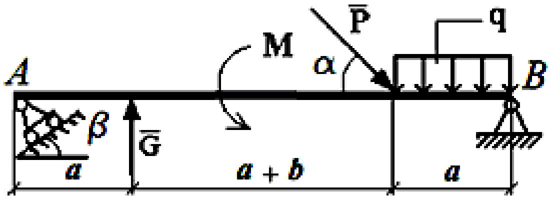
Вариант	Нагрузка				Размер		Угол	
	P, *кН*	G, *кН*	q, *кН/м*	M, *кН·м*	*a*, *м*	*b*, *м*	α *град*	β *град*
1.0	10	8	1,2	12	2,0	3,0	30°	60°
1.1	15	6	1,0	8	3,0	2,0	60°	30°
1.2	20	4	0,6	6	2,5	1,5	45°	30°
1.3	25	2	0,4	4	1,5	2,5	45°	60°
1.4	8	10	0,8	10	3,0	2,0	60°	30°
1.5	6	15	1,4	15	2,0	3,0	30°	60°
1.6	4	8	0,6	6	1,5	2,5	30°	45°
1.7	2	5	0,4	5	2,5	1,5	60°	45°
1.8	10	4	0,8	8	3,0	2,5	45	30°
1.9	15	2	1,4	5	2,5	2,0	30	60°

Таблица С1.2

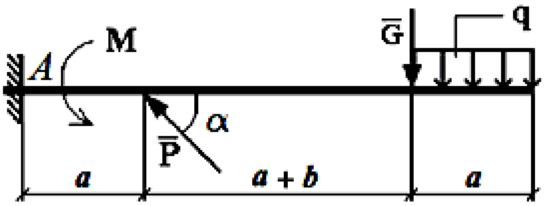
Схемы балок



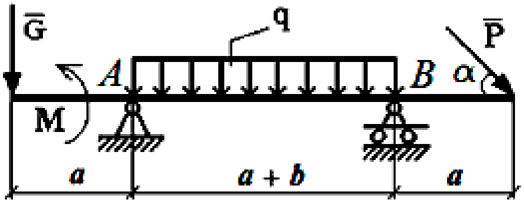
C1.0



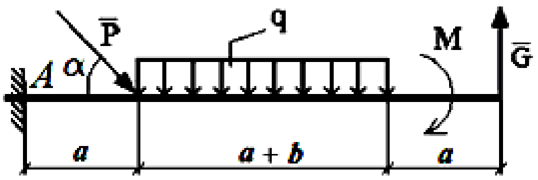
C1.1



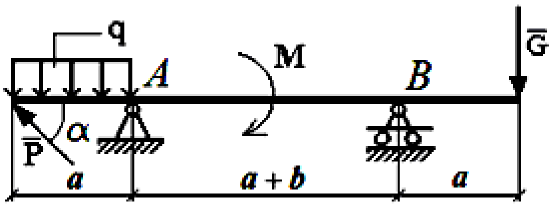
C1.2



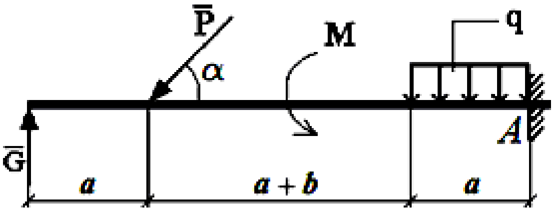
C1.3



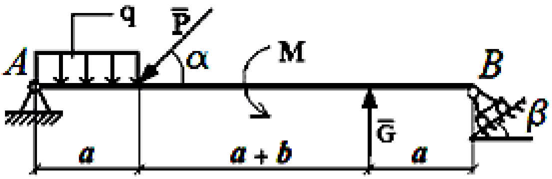
C1.4



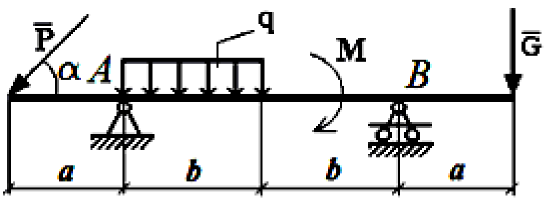
C1.5



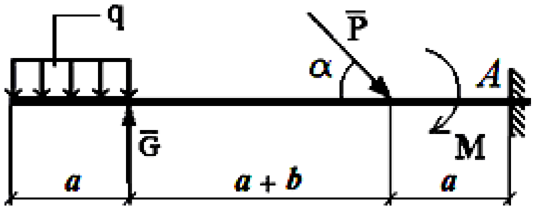
C1.6



C1.7



C1.8



C1.9

Пример выполнения С-1

Исходные данные: Балка *АС* (рис. С1), геометрические размеры которой заданы, находится под действием сосредоточенной силы *P=4 кН*, равномерно распределенной нагрузки *q=2,5 кН/м* и пары сил с моментом *M=15 Н·м*. Определить реакции опор *A* и *B*.

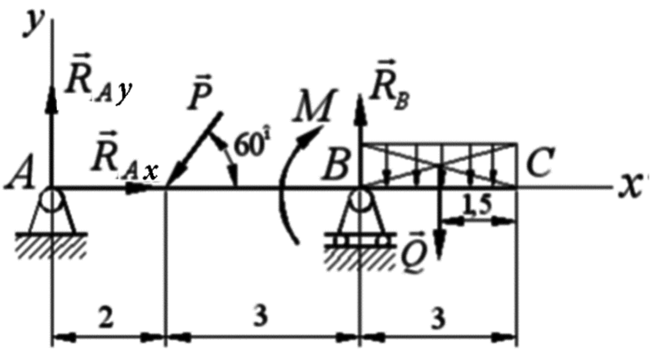


Рис. С1. К примеру решения задачи С-1

Решение: Проведем координатные оси ***x*** и ***y***. Заменим равномерную распределенную нагрузку сосредоточенной силой $\vec{Q}$, модуль которой

$\vec{Q} = 3 \cdot q = 3 \cdot 2{,}5 = 7{,}5$ кН.

Она приложена в центре тяжести площади загрузки (прямоугольника).

Изобразим реакции связей. Опора *B* – шарнирно-подвижная (реакция $\vec{R}_B$ будет направлена нормально опорной плоскости), опора *A* – шарнирно-неподвижная, поэтому ее реакцию $\vec{R}_A$ разложим на две составляющие, направленные по осям ***x*** и ***y***, т.е. $\vec{R}_{Ax}$ и $\vec{R}_{Ay}$.

Для полученной произвольной плоской системы сил составим три уравнения равновесия.

При расчетах будем брать значения до четвертого знака после запятой, что необходимо будет для проверки.

$$\Sigma F_{kx} = 0\,;\; R_{Ax} - P \cdot \cos 60^{\circ} = 0,$$

откуда

$$R_{Ax} = P \cdot \cos 60^{\circ} = 4 \cdot 0{,}5 = 2\ кН.$$

$$\Sigma M_A\left(\vec{F_k}\right) = 0\,,\; R_B \cdot 5 - Q \cdot 6{,}5 - M - P \cdot \cos 30^{\circ} \cdot 2 = 0\,,$$

откуда

$$R_B = \frac{Q \cdot 6{,}5 + M + P \cdot \cos 30^{\circ} \cdot 2}{5} = \frac{7{,}5 \cdot 6{,}5 + 15 + 4}{5} = 14{,}1356\ кН.$$

$$\Sigma F_{ky} = 0\,;\; R_{Ay} - P \cdot \cos 30^{\circ} + R_B - Q = 0,$$

откуда

$$R_{Ay} = P \cdot \cos 30^{\circ} - R_B + Q = 4 \cdot 0{,}866 - 14{,}14 + 7{,}50 = -3{,}1716\ кН.$$

Определяем модуль реакции

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{2^2 + (-3{,}171)^2} = 3{,}749\ кН\ .$$

Направляющие косинусы

$$\cos(R_A \wedge x) = \frac{R_{Ax}}{R_A} = \frac{2}{3{,}749} = 0{,}533\ (угол\ -57{,}8^\circ)\ ,$$

$$\cos(R_A \wedge y) = \frac{R_{Ay}}{R_A} = \frac{-3{,}172}{3{,}749} = -0{,}846\ (угол\ -147{,}8^\circ)\ ,$$

Далее желательно сделать проверку. Для этого составим уравнения моментов всех сил относительно любой точки плоскости их действия, например С.

$$\Sigma M_C\left(\overrightarrow{F_k}\right) = R_{Ay}\cdot 8 + P\cdot\cos 30^\circ\cdot 6 - M - R_B\cdot 3 + Q\cdot 1 = 3{,}1716\ \cdot 8\ +\ 4\ \cdot\ 0{,}866\ \cdot 6\ -$$
$$-15\ -14{,}1356\ \cdot 3\ +\ 7{,}5\cdot 1 = 0,$$

следовательно, реакции определены верно.

Окончательные результаты вычислений искомых реакций округлим до сотых долей.

Ответ: $R_{Ax} =\ 2\ кН$; $R_{Ay} = -3{,}17\,кН$; $R_B = 14{,}14\,кН$.

Знак « – » указывает, что сила R_{Ay} направлена противоположно показанной на рисунке.

Задание С-2(произвольная плоская система сил)

Вычислить опорные реакции твердого тела, нагруженного произвольной плоской системой сил. Необходимые данные взять из таблиц С2.1 и С2.2. Схемы конструкций приведены в таблице С2.3.

Таблица С2.1

Исходные данные для расчётно-графических работ

Величина	Значения величин по вариантам									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
М,*кН·м*	4	8	12	16	20	4	8	12	16	20
q, *кН/м*	1	2	3	4	5	5	4	3	2	1
Р,*кН*	2	6	10	14	18	2	6	10	14	18

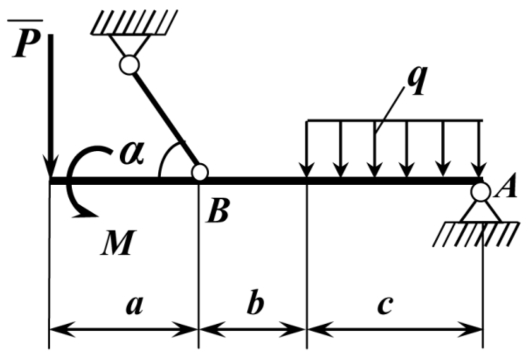
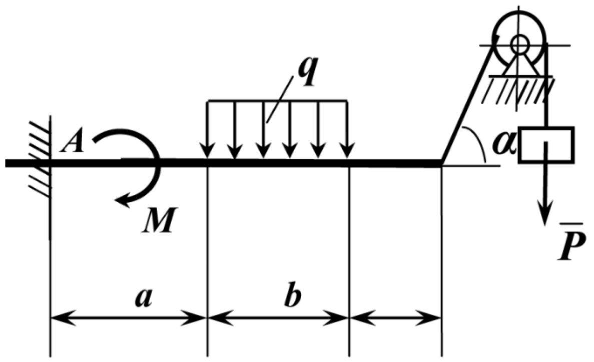
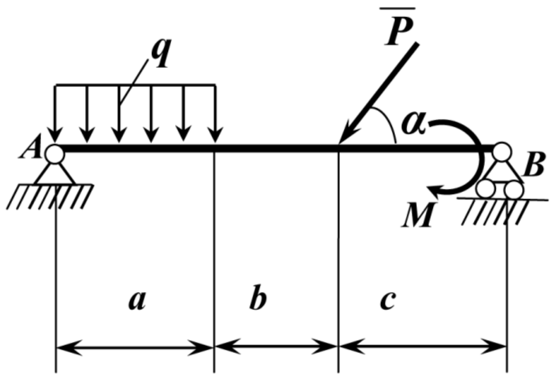
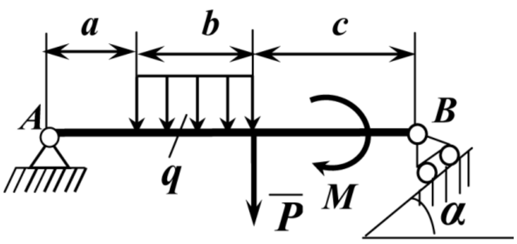
Таблица С2.2

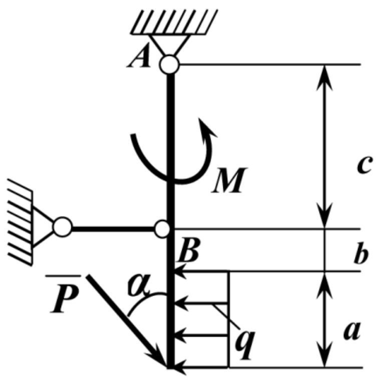
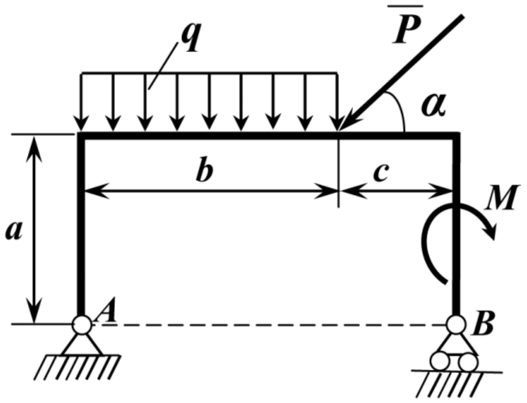
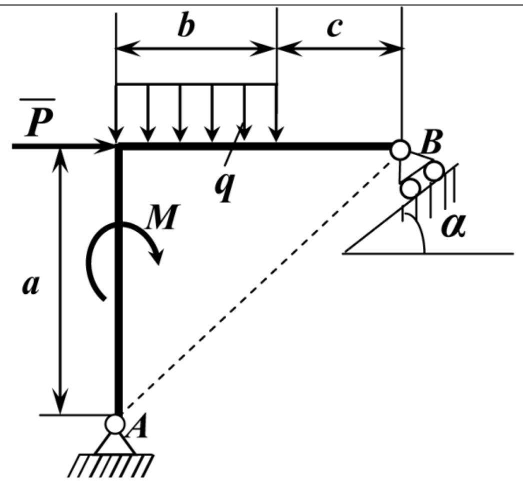
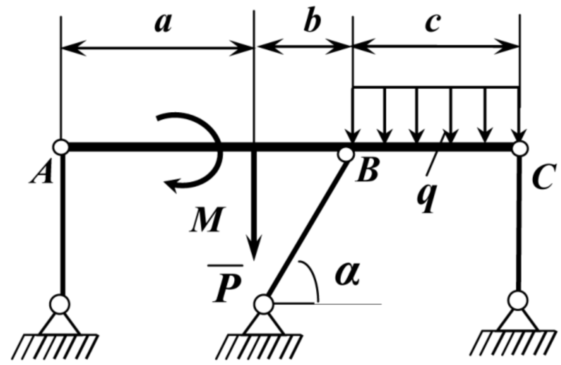
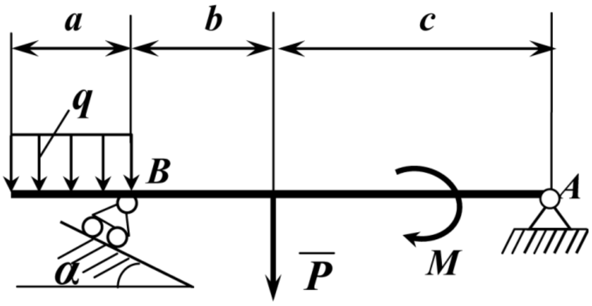
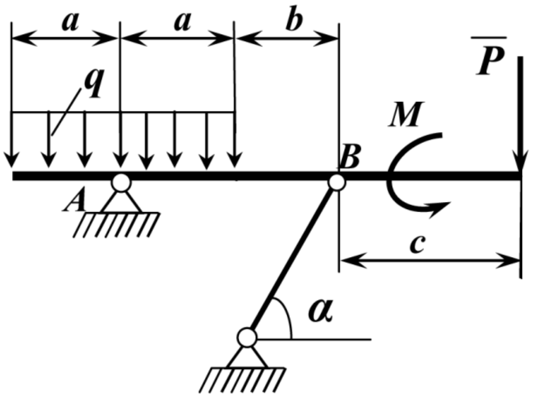
Исходные данные для расчётно-графических работ

Величина	Значения величин по вариантам									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a, м	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
b, м	2	3	4	5	1	5	4	3	2	1
c, м	3	4	5	1	2	4	3	2	1	5
α,°	30	45	60	30	45	60	30	45	60	30

Таблица С2.3

Схемы конструкций, нагруженных плоской системой сил

	
С 2.0	С 2.1
	
С 2.2	С 2.3

	
С 2.4	С 2.5
	
С 2.6	С 2.7
	
С 2.8	С 2.9

Пример выполнения задания С-2

Исходные данные: M=10 *кНм*; q=2*кН/м*;a=3*м*;b=2*м*; c=2*м*;α=45^0.

Найти: опорные реакции конструкции, нагруженной плоской системой (рис. С2.1).

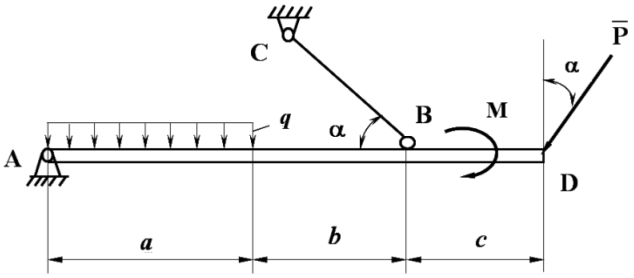


Рис. С2.1. Исходная схема конструкции к примеру задания С-2

Решение:Изображаем систему всехсил, действующих на балку. Откидываем связи: шарнирно-неподвижную опору *A* и невесомый двухшарнирный стержень *BC*. При этом связи заменяем их реакциями (Рис. С2.2).

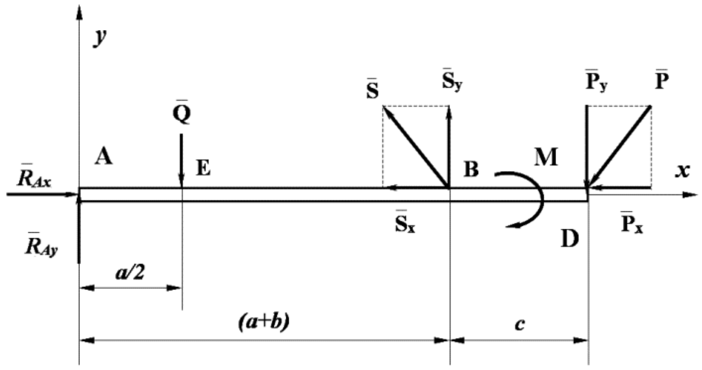


Рис. С2.2. Расчетная схема для примера выполнения задания С-2

Учитывая, что реакция опоры*A* неизвестна по величине и направлению, раскладываем ее на составляющие вдоль осей координат, которые обозначены как силы, R_{AX}и R_{AY}.

Вместо стержня*BC* изображаем реакцию***S*,** направленную вдоль стержня от *B* к*C*.

Изображаем систему внешних сил, действующих на балку.

Распределенную нагрузку интенсивностью*q*, которая действует на часть балки длиною***a***, заменяем равнодействующей силой*Q*, приложенной в середине нагруженного участка балки. Ее модуль определяем как площадь эпюры распределенной нагрузки:

$$Q = q \cdot a = 2 \cdot 3 = 6\,кН.$$

Силу *P* раскладываем на составляющие – P_X и P_Y.Вычисляем их модули:

$$P_X = P \cdot \sin\alpha = 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4,23 \text{ кН};$$

$$P_Y = P\cdot\cos\alpha = 6\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 4,23\,\text{кН}.$$

Реакцию*S*также раскладываем на составляющие– S_X и S_Y.Их величины выразим через *S*:

$$S_X = S\cdot\cos\alpha = S\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,71\cdot S\,;$$

$$S_Y = S\cdot\sin\alpha = S\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,71\cdot S\,.$$

Для плоской системы сил, действующей на балку, запишем три уравнения равновесия, в которые входят три неизвестные– R_{AX}**,** R_{AY}**,** *S***.** Для упрощения этих уравнений выберем вторую форму уравнений равновесия:

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = R_{AX} - S_X - P_X\,; \\ m_A\left(\overline{F_k}\right) = -Q\cdot\dfrac{a}{2} + S_Y\cdot(a+b) - M - P_Y\cdot(a+b+c) = 0; \\ m_B\left(\overline{F_k}\right) = -R_{AY}\cdot(a+b) + Q\left(a+b-\dfrac{a}{2}\right) - M - P_Y\cdot c = 0; \end{cases}$$

Подставим в уравнения значенияS_XиS_Y:

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = R_{AX} - 0,71\cdot S - P_X\,; & (C2.1) \\ m_A\left(\overline{F_k}\right) = -Q\cdot\dfrac{a}{2} + 0,71\cdot S\cdot(a+b) - M - P_Y\cdot(a+b+c) = 0; & (C2.2) \\ m_B\left(\overline{F_k}\right) = -R_{AY}\cdot(a+b) + Q\left(a+b-\dfrac{a}{2}\right) - M - P_Y\cdot c = 0; & (C2.3) \end{cases}$$

Из уравнения (С2.2):

$$S = \frac{M + P_Y\cdot(a+b+c) + Q\cdot\dfrac{a}{2}}{0,71\cdot(a+b)} = \frac{10 + 4,23\cdot 7 + 6\cdot 1,5}{0,71\cdot 5} = 13,69\ \ кН.$$

Из уравнения (С2.1):

$$R_{AX} = P_X + 0,71\cdot S = 4,23 + 0,71\cdot 13,69 = 13,95\ \ кН\,.$$

Из уравнения (С2.3):

$$R_{AY} = \frac{Q\left(\frac{a}{2}+b\right) - M - P_Y \cdot c}{(a+b)} = \frac{6 \cdot 3{,}5 - 10 - 4{,}23 \cdot 2}{5} = 0{,}51\ кН.$$

Знак плюс при значенииS показывает, что вектор в действительности направлен так, как изображено на рис. С2.2, т.е. стержень *BC* растягивается.

Зная величиныR_{AX} и R_{AY}, можно найти модуль и направление полной реакции R_A:

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}{}^2 + R_{Ay}{}^2} = \sqrt{13{,}95^2 + 0{,}51^2} = 13{,}96\ кН,$$

$$\cos(\bar{R}_A \wedge R_{AX}) = \frac{R_{AX}}{R_A} = \frac{13{,}95}{13{,}96} = 0{,}999(\textit{угол} \approx 2^\circ),$$

$$\cos(\bar{R}_A \wedge R_{AY}) = \frac{R_{AY}}{R_A} = \frac{0{,}51}{13{,}96} = 0{,}036(\textit{угол} \approx 88^\circ).$$

Таким образом, векторR_A и по величине и по направлению почти совпадает с векторомR_{AX}поэтому на рисункеС2.2 он не изображен.

Ответ: S= 13,69 *кН*;R_{AX}= 13,95 *кН*;R_{AY}=0,51 *кН*.

Задание С-3(плоская составная конструкция)

Варианты задачи даны в таблицах С 3.1 – С 3.3.

Конструкция состоит из жесткого угольника и балки, которые в точке *C* или соединены друг с другом шарнирно (рис. С 3.0 – С 3.5), или свободно опираются друг на друга (рис. С 3.6 – С 3.9). Внешними связями, наложенными на конструкцию, являются в точке *A* или шарнир (рис. С 3.1, С 3.2, С 3.4, С 3.5, С 3.7, С 3.9), или жесткая заделка (рис. С 3.0, С 3.3, С 3.6, С 3.8); в точке *B* или гладкая плоскость (рис. С 3.2, С 3.3), или невесомый стержень *BB'* (рис. С 3.0, С 3.1), или шарнир (рис. С 3.4 – С 3.8); в точке *D* или невесомый стержень *DD'* (рис. С 3.1, С 3.2, С 3.7), или шарнирная опора на катках (рис. С 2.9).

На каждую конструкцию действуют пара сил с моментом M = 40 *кН·м*, равномерно распределенная нагрузка интенсивности q = 10 *кН/м* и еще две силы. Численная величина их, направления и точки приложения указаны в табл. С 3.2. В табл. С 3.1 указан участок действия распределенной нагрузки.

Требуется определить реакции связей в точках *A, B, C* (рис. С 3.0 – С.3.8) и еще в точке D (рис. С 3.1, С 3.2, С 3.7, С 3.9), a = 0,4 м

Таблица С3.1

Участки действия распределенной нагрузки

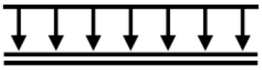
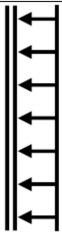
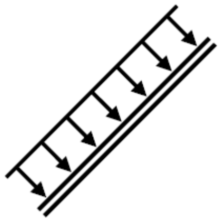
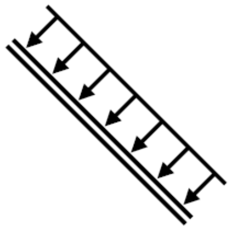
Участок на угольнике		Участок на стержне	
Горизонтальный	Вертикальный	Рис. С 3.1, С 3.2, С 3.4, С 3.7, С 3.9	Рис. С 3.0, С 3.3, С 3.5, С 3.6, С 3.8
			

Таблица С3.2

Величина, направление и точки приложения сил

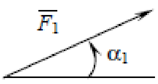
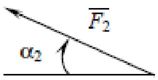
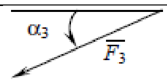
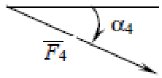
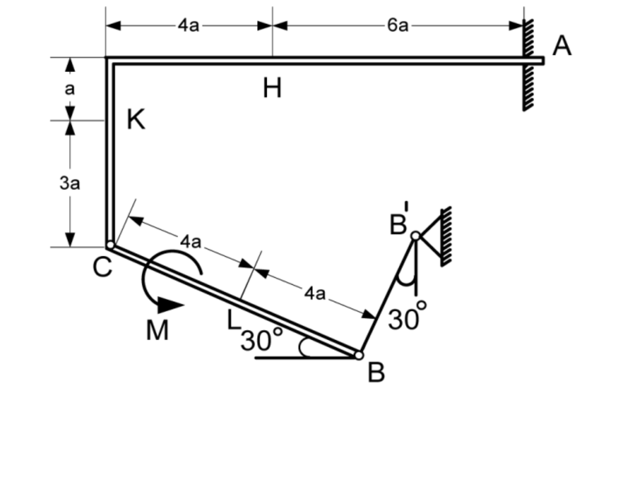
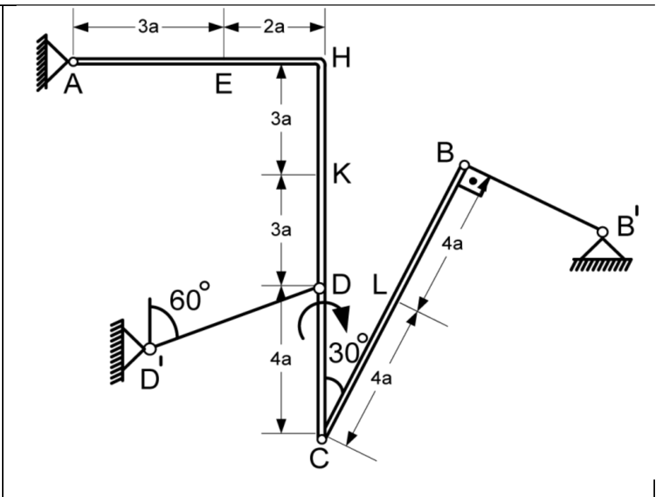
Силы									Нагруженный участок
	F_1=10 *кН*		F_2=10 *кН*		F_3=10 *кН*		F_4=10 *кН*		
Номер условия	Точка прило-жения	α_1°	Точка прило-жения	α_2°	Точка прило-жения	α_3°	Точка прило-жения	α_4°	
0	*A*	30	-	-	-	-	*E*	30	*CL*
1	-	-	*B*	30	*H*	60	-	-	*CK*
2	*C*	45	*K*	30	-	-	-	-	*AE*
3	*L*	90	-	-	*E*	60	-	-	*CL*
4	-	-	*A*	0	-	-	*B*	45	*CK*
5	*C*	30	-	-	*L*	60	-	-	*AE*
6	-	-	*E*	45	-	-	*K*	0	*CL*
7	*H*	45	*K*	60	-	-	-	-	*CK*
8	*B*	30	-	-	*C*	90	-	-	*CL*
9	-	-	*B*	0	*L*	45	-	-	*CK*

Таблица С 3.3.

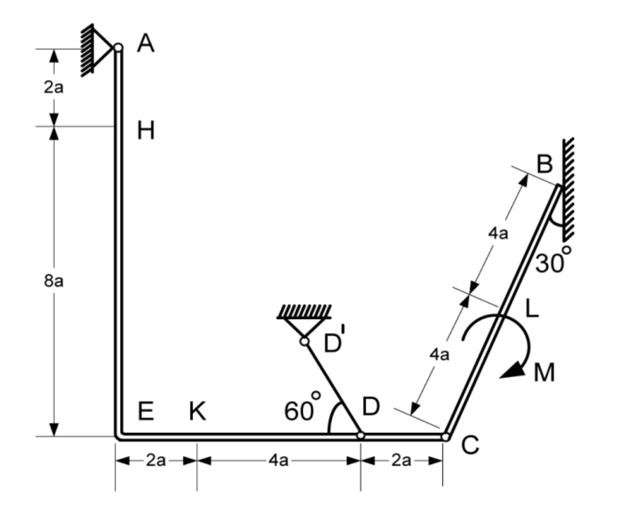
Схемы плоской составной конструкции



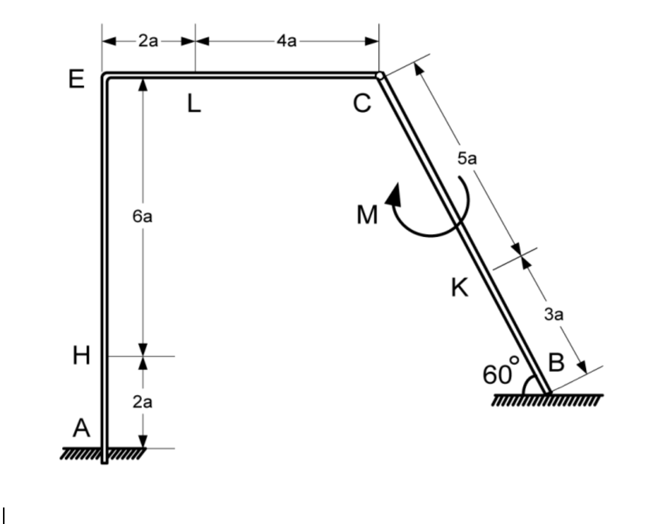
C 3.0



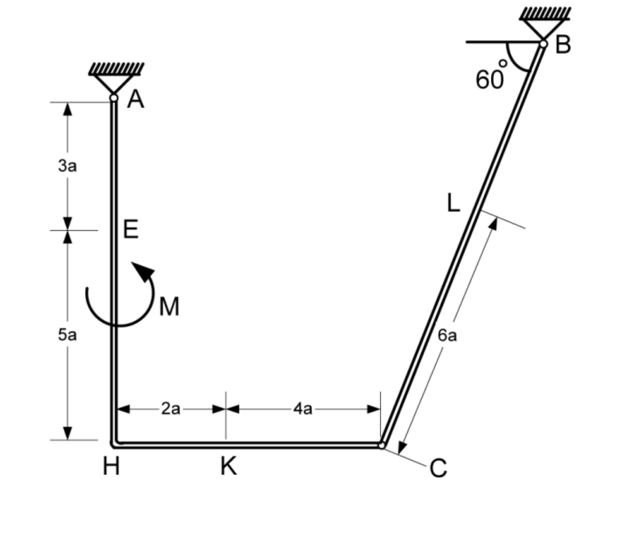
C 3.1



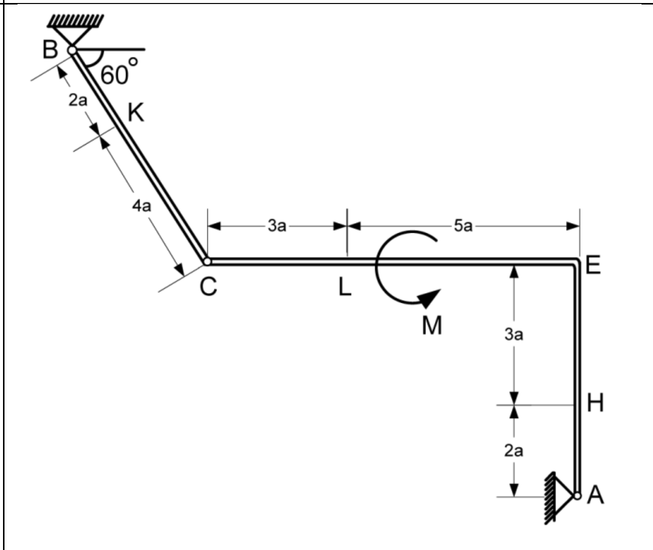
C 3.2



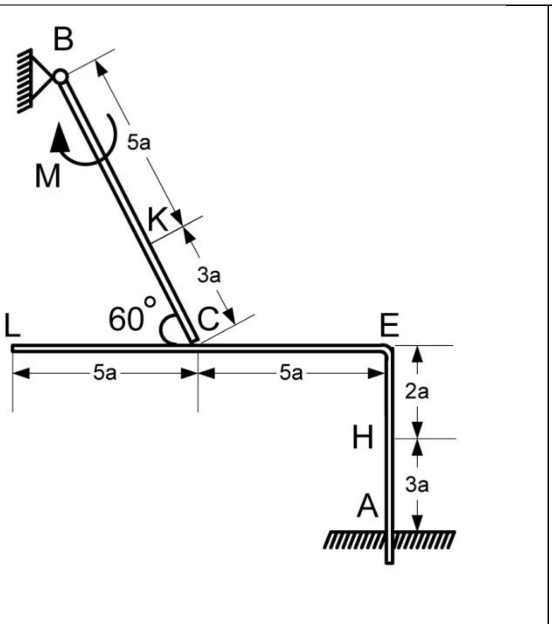
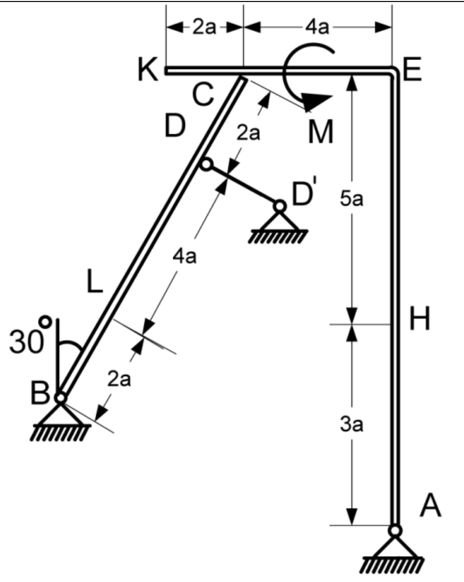
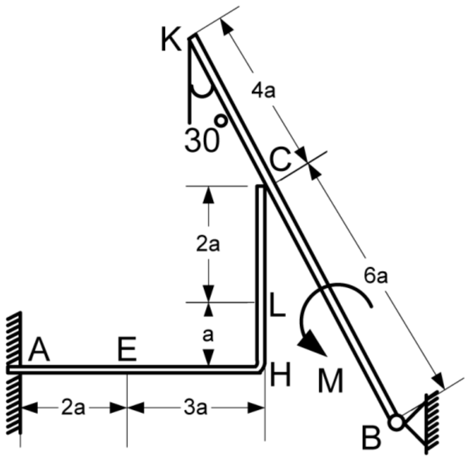
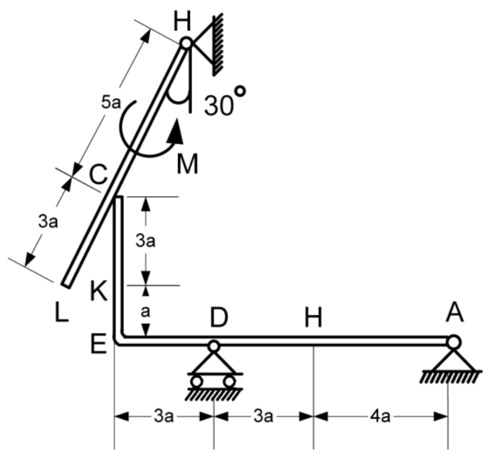
C 3.3



C 3.4



C 3.5

	
C 3.6	C 3.7
	
C 3.8	C 3.9

Пример выполнения задачи С 3

На угольник *ABC*, конец *A* которого жестко заделан в точке *C,* опирается стержень *DE*. Стержень в точке *D* имеет шарнирную опору. На угольник действует пара сил с моментом *M*. К стержню приложена горизонтальная сила *F*, на участке *CE* действует равномерно распределенная нагрузка интенсивностью *q* (рис. С 3.1).

Исходные данные: Дано: F = 10 *кН*; M = 2 *кН·м;* q = 10 *кН/м;* a = 0,2 *м*.

Найти: реакции в точках *A, D, C*. Весом угольника и стержня пренебречь.

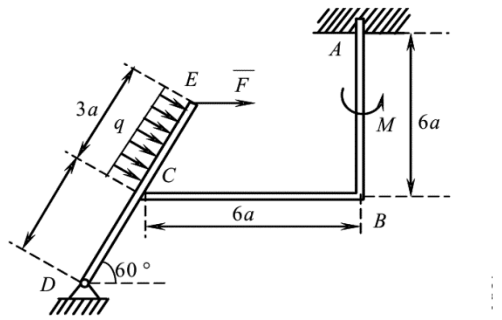


Рис. С 3.1. Исходная схема конструкции к примеру задания С-3

Решение: Данная конструкция является составной. Она состоит из двух тел. Поэтому для решения задачи выделим два объекта равновесия: балку *DE* и угольник *ABC*. Строим расчетные схемы (рис. С 3.2).

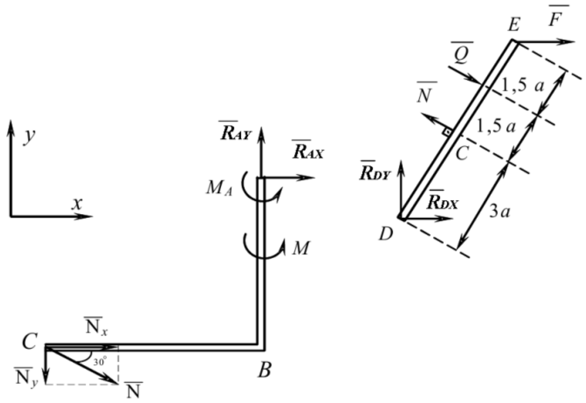


Рис. 3.2. Расчетные схемы к примеру задания С-3

Рассмотрим равновесие балки *DE*. Покажем направление осей координат. Изобразим действующие на балку силы: силу *F*, реакцию *N*, направленную перпендикулярно балке, силу *Q*, которой заменили равномерно распределенную нагрузку ($Q = q{\cdot}3a = 6$ *кН*), приложенную в середине участка *CE*, составляющие R_{DX} и R_{DY} реакции шарнира *D*.

Для полученной плоской системы сил составим три уравнения равновесия

$$\sum F_{ix} = 0;\ \sum F_{iy} = 0;\ \sum m_D(\bar{F}_i) = 0;$$

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0;\ F + R_{DX} - N\cdot\cos 30 + Q\cdot\cos 30 = 0; & (C3.1) \\ \sum F_{iy} = 0;\ R_{DY} + N\cdot\cos 60 - Q\cdot\cos 60 = 0; & (C3.2) \\ \sum m_D(\bar{F}_i) = 0;\ N\cdot 3a - Q\cdot 4{,}5 - F\cdot 6\cos 30 = 0. & (C3.3) \end{cases}$$

Рассмотрим равновесие угольника *ABC* (рис. С 3.2). На него действует сила давления балки *N*, направленная противоположно реакции *N*, приложенной к балке *DE*, пара сил с моментом *M*, реакция жесткой заделки, состоящая из силы, которую представим суммой составляющих R_{AX},R_{AY}, и пары сил с моментом M_{A}.

Для этой плоской системы сил составим три уравнения равновесия

$$\sum F_{ix}=0;\ \sum F_{iy}=0;\ \sum m_D(\bar{F}_i)=0;$$

$$\begin{cases}\sum F_{ix}=0;\ R_{AX}+N\cdot\cos 30=0; & (C3.4)\\ \sum F_{iy}=0;\ R_{AY}-N\cdot\cos 60=0; & (C3.5)\\ \sum m_D(\bar{F}_i)=0;\ M_A+M+N_X\cdot 6a+N_Y\cdot 6a=0. & (C3.6)\end{cases}$$

При вычислении момента силы N разлагаем ее на составляющие N_X, N_Y и применяем теорему Вариньона. В уравнении (С 3.6) модули N_X и N_Y равны $N_X = N\cos30°$, $N_Y = N\cos60°$.

Решая систему шести уравнений (С 3.1) – (С 3.6), находим неизвестные реакции.

Ответ: N = 26,3 *кН*; R_{DX} = 7,66 *кН*; R_{DY} = –3,6 *кН*, R_{AX}= –22,8 *кН*; R_{AY} = 13,5 *кН;* M_A= –45,3 *кН·м*.

Знаки минус указывают, что силы R_{DY}, R_{AX} и момент M_A направлены противоположно направлениям, показанным на рисунках.

КИНЕМАТИКА

Задание К-1(кинематика точки)

По заданным уравнениям движения точки на плоскости XOY (табл. К1.1), определить уравнение траектории движения, начальные координаты точки, координаты точки в заданный момент времени, вектор скорости, векторы полного, касательного и нормального ускорений и радиус кривизны траектории в месте нахождения точки. Необходимые значения коэффициентов для уравнений движения и момент времени взять из таблиц К1.2, К1.3. Результаты решения изобразить на рисунке.

Номер зависимости (табл. К1.1)выбирается по последней цифре шифра, а значения коэффициентов для уравнений движения (табл. К1.2, К1.3) и момент времени– по предпоследней.

Указания. Задача К1 относится к кинематике точки и решается с помощью формул, по которым определяются скорость и ускорение точки в декартовых координатах (координатный способ задания движения точки), а также формул, по которым определяются касательное и нормальное ускорения точки.

В некоторых вариантах задачи при определении траектории или при последующих расчетах (для их упрощения) следует учесть известную из тригонометрии формулу: $sin^2 x + cos^2 x = 1$.

ТаблицаК1.1

Уравнения движения точки

Номер варианта	X=X(t),см	Y=Y(t),см
1	$a \cdot t^2 + b \cdot t + c$	$d \cdot t + f$
2	$a \cdot t + b$	$c/(d \cdot t + f)$
3	$a \cdot sin(b \cdot \pi t) + c$	$d \cdot cos(b \cdot \pi t) + f$
4	$a \cdot sin^2(b \cdot \pi t^2) + c$	$d \cdot cos^2(b \cdot \pi t^2) + f$
5	$a \cdot e^{b \cdot t} + c$	$d \cdot t + f$
6	$a \cdot sin(b \cdot \pi t) + c$	$d \cdot cos(2b \cdot \pi t) + f$
7	$a \cdot sin(b \cdot \pi t^2) + c$	$d \cdot sin(b \cdot \pi t^2) + f$
8	$a \cdot t$	$(b \cdot t + c)/(d \cdot t + f)$

9	$a \cdot cos(b \cdot \pi t) + c$	$a \cdot cos(2b \cdot \pi t) + f$
10	$a \cdot sin(b \cdot \pi t) + c$	$d \cdot t + f$

Таблица К1.2

Значения безразмерных коэффициентов

Величина	Значения безразмерных коэффициентов для вариантов заданий									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	-4	2	-3	4	-2	3	-4	2	-3	4
b	3	-4	2	-3	4	-2	3	-4	2	-3
c	2	3	4	2	3	4	2	3	4	2

Таблица К1.3

Значения коэффициентов и моментов времени для вариантов заданий

Величина	Значения безразмерных коэффициентов									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d	4	-2	3	-4	2	-3	4	-2	3	-4
f	-3	4	-2	3	-4	2	-3	4	-2	3
t, с	1/4	1/3	1/2	2/3	3/4	1/4	1/3	1/2	2/3	3/4

Пример выполнения задания К-1:

Исходные данные: $X = 2t\,, Y = t^2;\ t = 1$

Найти:траекторию движения точки, скорость и ускорение точки в заданный момент времени, а также радиус кривизны траектории в заданной точке.

Решение: Выражая *t* из первого уравнения имеем:

$$t = X/2$$

Подставляя *t* в таком виде в другое уравнение движения, получим уравнение параболы

$$Y = X^2/4$$

Начальные координаты точки:

$$X_0 = 2 \cdot 0 = 0;\ Y_0 = 0^2 = 0$$

Очевидно точка движется в таком направлении, где ее координаты больше нуля. Таким образом, траектория точки не вся парабола, а только ее правая половина.

В заданный момент времени точка имеет координаты

$$X = 2 \cdot 1 = 2;\ Y = 1^2 = 1$$

Значение модуля скорости точки при $t = 1c$ равно:

$$v_x = \dot{X} = 2 \quad см/с \text{ (const)},$$

$$v_y = \dot{Y} = 2 см/с,$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \approx 2{,}8 \; см/с,$$

$$\cos(\overline{v} \wedge x) = \frac{v_x}{v} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\cos(\overline{v} \wedge y) = \frac{v_y}{v} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Определяем модуль ускорения точки:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0^2 + 2^2} = 2 \; см/с,^2$$

$$a_x = \dot{v}_x = 0; \; a_y = \dot{v}_y = 2 \; см/с,$$

$$\cos(a_x \wedge X) = \frac{a_x}{a} = \frac{0}{2} = 0$$

$$\cos(a_y \wedge Y) = \frac{a_y}{a} = \frac{2}{2} = 1$$

Определяем касательные и нормальные ускорения точки:

$$a_\tau = \frac{v_x \cdot a_x + v_y \cdot a_y}{v} = \frac{2 \cdot 0 + 2 \cdot 2}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \approx 1{,}4 \; см$$

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} \approx 1{,}4 \; см/с$$

Поскольку $a_\tau > 0$ -движение точки ускоренное, с векторами $\overline{a}_\tau$ и $\overline{v}$ совпадающими по направлению. Вычислим радиус кривизны траектории

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(2\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} \approx 5{,}6 \; см.$$

Результаты расчетов сведены в таблицу К1.4 и изображены на рисункеК1.

ТаблицаК1.4

Результаты расчетов параметров движения

Координаты, *см*				Скорость, *см/с*			Ускорения, *см/с*^{2}					ρ, *см*
X_0	Y_0	X	Y	v_x	v_y	v	a_x	a_y	a	a_τ	a_n	
0	0	2	1	2	2	2,8	0	2	2	1,4	1,4	5,6

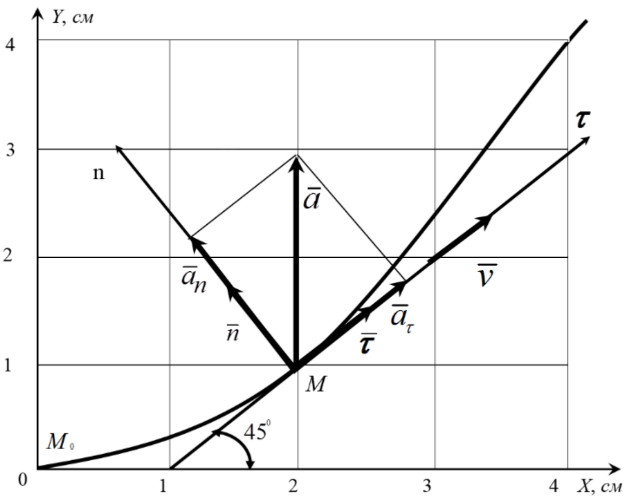


Рис. К1. Расчетная схема к выполнению задания К-1

Ответ: *v=2,8 см/с, a= 2см/с*^{2}, ρ*= 5,6 см.*

Задание К-2 (определение скоростей и ускорений точек тела при поступательном и вращательном движениях)

Механизм состоит из ступенчатых колес 1...3, которые находятся в зацеплении, либо связаны меж собою ременною передачей, зубчатой рейки 4 и груза 5, привязанного к концу нити, намотанной на цилиндрический барабан одного из колес. Схемы механизмов приведены в таблице К2.1, размеры колес – в таблице К2.2.

На ободах колес обозначены точки *A, B* и *C*.

В столбце «Задано» таблицы К2.3 приведены уравнения движения ведущего тела механизма, а также линейные и угловые перемещения одного из тел системы. Здесь $\varphi_1(t)$, $\varphi_2\,(t)$ – законы вращения колес, в радианах; $\omega_1(t)$, $\omega_2\,(t)$ – законы изменения угловых скоростей, c^{-1}; $S_4(t)$, $S_5(t)$ – законы движения зубчатых реек и грузов, (*см*); $\upsilon_4(t)$, $\upsilon_5(t)$ – законы изменения линейных скоростей зубчатых реек и грузов.

Положительное направление φ и ω – против движения часовой стрелки, для S_4, S_5, υ_4, υ_5 – вдоль положительного направления осей x, z.

Найти: по заданным уравнениям движения ведущего тела механической системы определить кинематические характеристики указанных точек тел, а также линейные и угловые перемещения обозначенных тел по заданным перемещениям одного из тел системы.

Примечания:

1. Для схем К2.0...К2.2 должно выполняться условие касания колес механизма, например, для схемы К2.0:

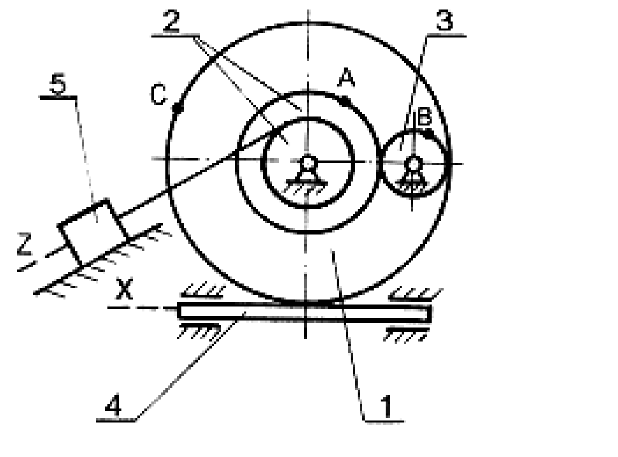
$R_1 = R_2 + 2R_3$.

Из условия касания можно найти внутренний размер одного из колес механизма.

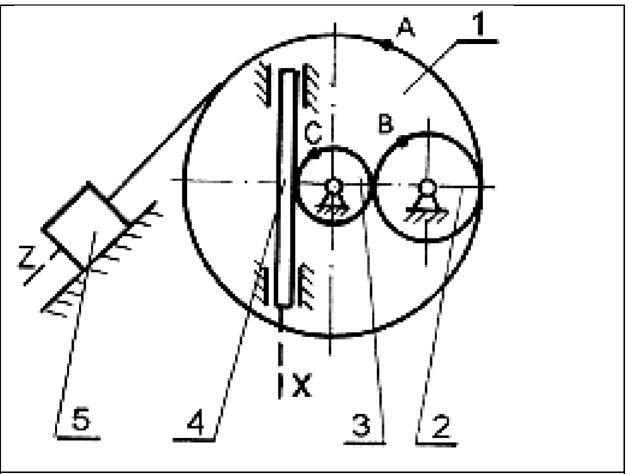
2. Если в кинематической схеме механизма изображен не ступенчатый блок колес, а колесо одного размера, то это размер выбирается как больший радиус ступенчатого тела.

Таблица К2.1

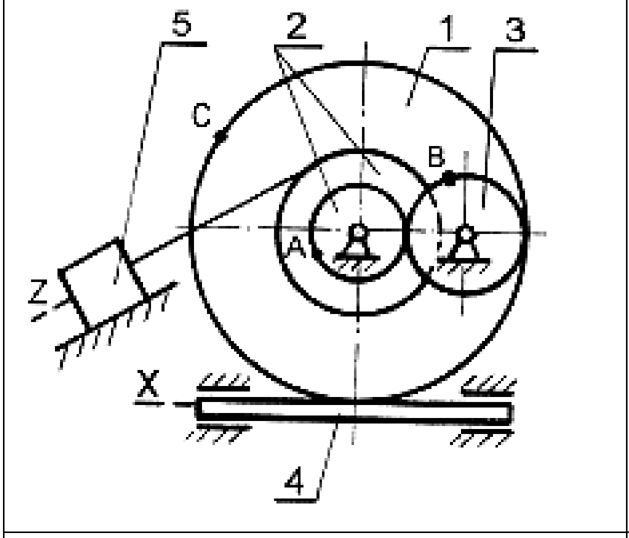
Схемы механизмов



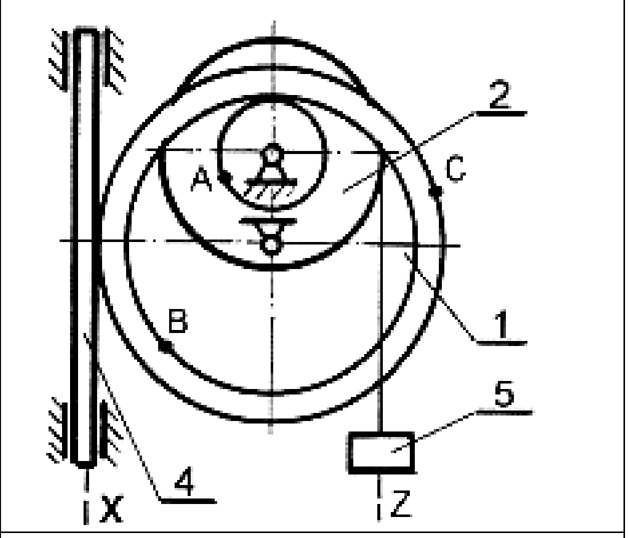
К 2.0



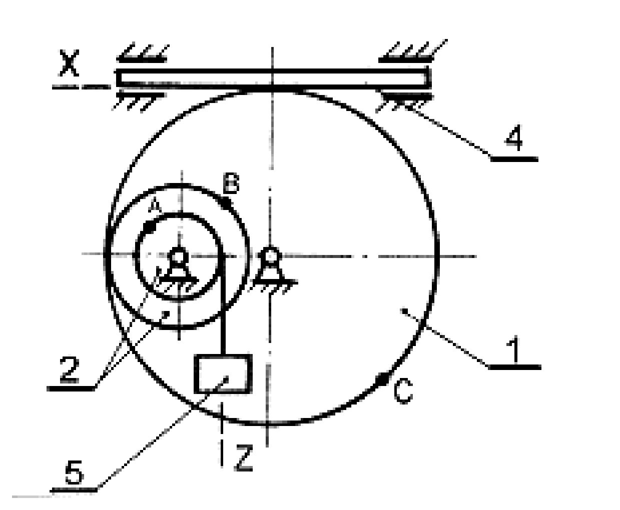
К 2.1



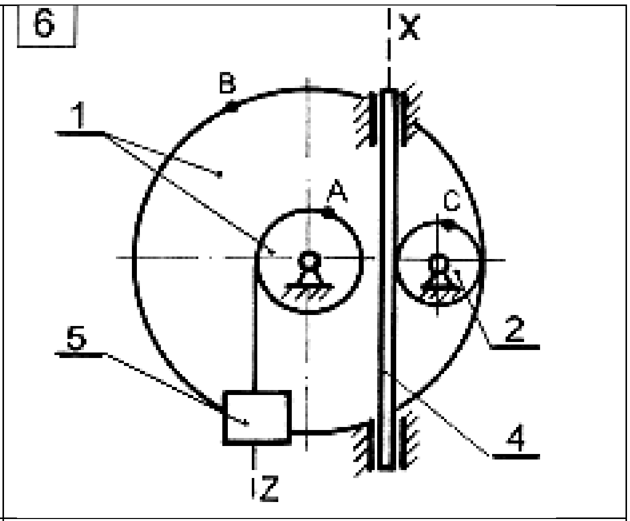
К 2.2



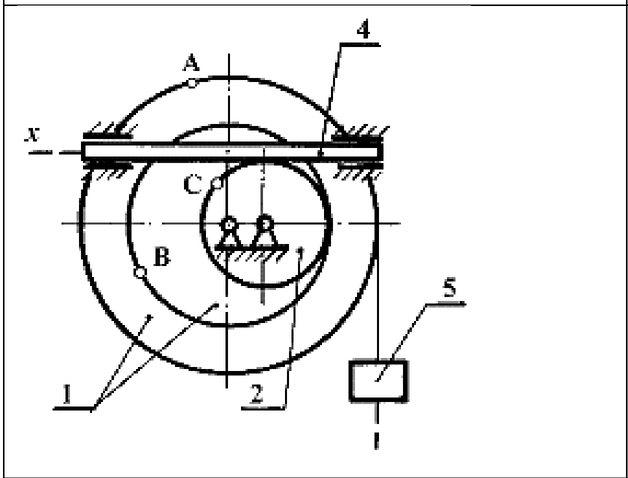
К 2.3



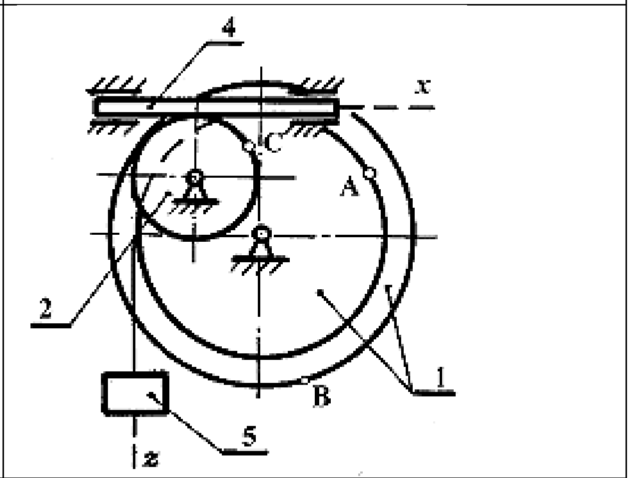
К 2.4



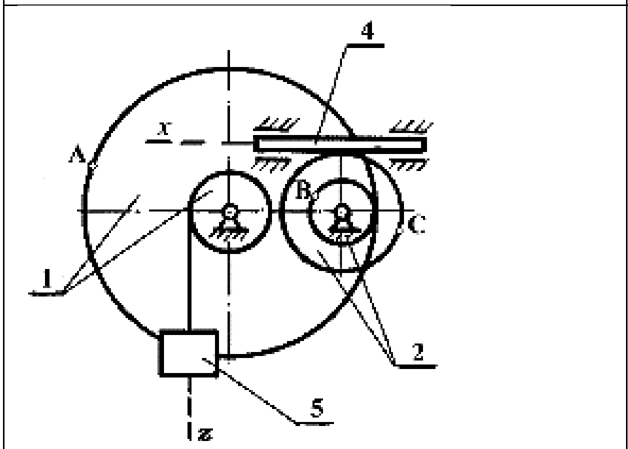
К 2.5



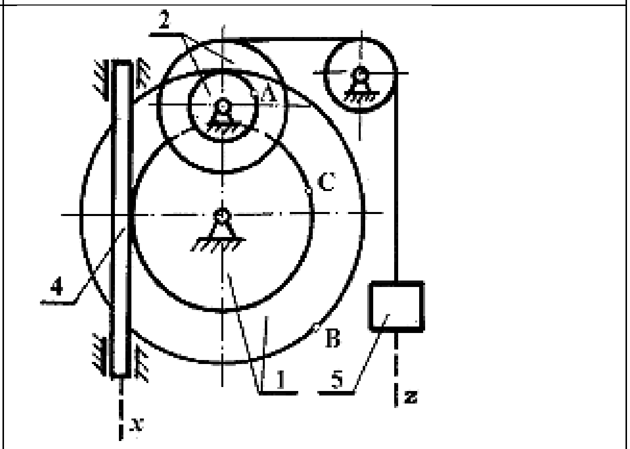
К 2.6



К 2.7



К 2.8



2.9

Таблица К2.2

Вариант	Размеры колес, см			
	Колесо 1		колесо 2	
	R_1	r_1	R_2	r_2
0	80	60	45	25
1	85	62	48	26

2	90	64	50	28
3	95	68	52	30
4	100	70	54	28
5	105	72	52	25
6	110	70	50	26
7	115	68	48	28
8	120	66	46	20
9	125	64	44	22

Таблица К2.3

Законы движения и неизвестные

Вариант	Задано		Найти	
	Уравнение движения, *см*, *рад*	Перемещения линейные, *см*, угловые, *обороты*	Скорости, *см/с*	Ускорения, *см/с*^{2}
0	$S_4 = 8 + 40t^2$	φ_1=0,8	υ_A, υ_5 $\omega_1,\ \omega_2$	$\varepsilon_1,\ a_5$ a_B
1	S_5=7+90t^2	φ_2=1,5	$\upsilon_c,\ \upsilon_4$ ω_1, ω_2	ε_2, a_4 a_B
2	φ_1=0,5+t^2	S_4=200	$\upsilon_c,\ \upsilon_4$ $\omega_1,\ \upsilon_5$	ε_1, a_4 a_B
3	φ_2=1+1,5t^2	S_5=150	υ_A, υ_4 $\omega_1,\ \upsilon_5$	ε_1, a_5 a_A
4	S_4=10 +100t^2	φ_2=2	$\upsilon_B,\ \upsilon_5$ $\omega_1,\ \omega_2$	$\varepsilon_2,\ a_5$ a_A
5	S_5=5+40t^2	φ_1=0,6	$\upsilon_c,\ \upsilon_4$ $\omega_1,\ \omega_2$	$\varepsilon_2,\ a_4$ a_C
6	φ_1=1+0,5t^2	φ_2=1,8	$\upsilon_B,\ \upsilon_4$ ω_2, υ_5	$\varepsilon_2,\ a_4$ a_C
7	φ_2=2+0,5t^2	φ_1=1,2	$\upsilon_A,\ \upsilon_4$ $\omega_1,\ \upsilon_5$	$\varepsilon_1,\ a_5$ a_B

8	S_4=5+60t^2	S_5=180	υ_A, υ_5 ω_1, ω_2	ε_1, a_5 a_A
9	S_5=18+70t^2	S_4=220	υ_B, υ_4 ω_1,ω_2	ε_2, a_4 a_c

Пример выполнения задания К-2

Исходные данные:схема механизма (рис. К2.1); уравнение поступательного движения груза 5 $Z_5 = 10 + 100t^2$ см.Радиусы колес механизма R_1=50 *см*; r_1=30 *см*;R_2=60 *см*; r_2=40, см;

Найти:

1) законы изменения угловых скоростей колес 1 и 2:$\omega_1(t)$,$\omega_2(t)$;

2) угловую скорость и угловое ускорение колеса 2:ω_2 ,ε_2 ;

3) линейную скорость и ускорение точки В :v_B ,a_B , a_B^τ, a_B^n;

4) скорость зубчатой рейки 4:v_4 .

Все вычисления выполнить для момента времени, когда угол поворота ступенчатого колеса 2 $\varphi_2 = 0,7$ оборота.

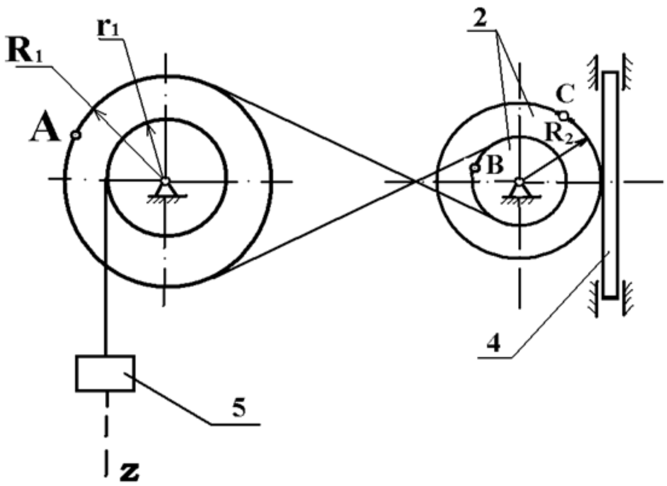


Рис.К2.1 - Расчетная схема к примеру выполнения заданияК-2.

Решение: Найдем момент времени τ, для которого угол поворота ступенчатого колеса 2, составляет $\varphi_2 = 0,7$ оборота при заданном движении груза 5 $Z_5 = 10 + 100t^2$, *см*. Для этого установим зависимость угла поворота колеса 2 – φ_2 от перемещения груза 5 – Z_5

$$\varphi_1(t) = Z_5(t)/r_1;$$

$$\varphi_1(t) = (10+100t^2)/30;$$

$$\varphi_2(t)\, r_2 = \varphi_1(t) \cdot R_1;$$

$$\varphi_2(t) = \varphi_1(t) \cdot R_1/r_2,$$

$$\varphi_2(t) = Z_5(t) \cdot R_1/(r_1 \cdot r_2) \qquad \text{(К 2.1)}$$

Соотношение (К 2.1) устанавливает связь между линейными перемещениями груза 5 и углом поворота колеса 2.

Согласно условия задачи $\varphi_1(t)$= 0,7 оборота,

$$\varphi_2 = 0{,}7 \cdot 2 \cdot 3{,}14 = 4{,}39 \text{ } рад.$$

Этот угол поворота соответствует моменту времени τ, который можно найти из соотношения $\varphi_2 = \varphi_{2(t=\tau)} - \varphi_{2(t=0)}$.

$$\varphi_2 = (10+100\tau^2) \cdot 50/30 \cdot 40 - 10 \cdot 50/30 \cdot 40 = 25/6\,\tau^2,$$

$$\tau = \sqrt{\frac{6 \cdot 4{,}39}{25}} = 1{,}02 \cdot$$

Найдем угловые скорости всех колес механизма как функции времени *t*.

Поскольку закон движения груза 5 задан условием задачи, находим его скорость

$$v_5 = \dot{Z}(t) = 200t \text{ } см/с.$$

Груз 5 нитью связан с цилиндрической поверхностью радиуса r_1 ступенчатого колеса 1.

$$v_5 = \omega_1 r_1,\ \omega_1 = \upsilon_1/r_1,\ \omega_1 = 200t/30 \text{ } c^{-1}.$$

Ступенчатые колеса 1 и 2 связаны между собой перекрестной передачей. Направления вращений колес противоположны $\omega_1 R_1 = \omega_2 r_2$;

$$\omega_2 = \omega_1 R_1/r_2 = 200t \cdot 50/30 \cdot 40 = 25t/3,\ c^{-1}.$$

Итак,

$$\omega_1 = 20 \cdot t/3 \text{ } c^{-1},\ \omega_2 = 25t/3 \text{ } c^{-1}.$$

Для заданного момента времени $\omega_1 = 6{,}85$ c^{-1}, ω_2=6,55 c^{-1}.

Находим скорость перемещения зубчатой рейки 4.

$$v_4 = v_к = \omega_2 R_2.$$

Если $t = \tau = 1{,}02$ *с*.

$$v_4 = 6{,}55 \cdot 60 = 393 \text{ } см/с.$$

Находим угловое ускорение ступенчатого колеса 2.

$$\varepsilon_2 = d\omega_2/dt = \frac{d}{dt}\left(\frac{25}{3}t\right) = 25/3 = 8{,}33 \text{ } с^{-2}.$$

Находим скорость точки B:

$$v_B = \omega_2 r_2 = 6{,}55 \cdot 40 = 262 \, см/с$$

Находим ускорение точки B.

$$\bar{a}_B = \bar{a}_B^\tau + \bar{a}_B^n$$

$$a_B^n = 6{,}55^2 \cdot 40 = 1716{,}1 \; см/с \, ,$$

$$a_B^\tau = 8{,}33 \cdot 40 = 333{,}2 \; см/с$$

Где

$$a_B^n = \omega_2^2 r_2 \, ,$$

$$a_B^\tau = \varepsilon_2 r_2 \, .$$

Тогда для момента времени $t = \tau = 1{,}02$ *с* имеем:

$$a_B^n = 6{,}55^2 \cdot 40 = 1716{,}1 \, см/с^2,$$

$$a_B^\tau = 8{,}33 \cdot 40 = 333{,}2 \, см/с^2.$$

Модуль полного ускорения точки B

$$a_B = \sqrt{(a_B^n)^2 + (a_B^\tau)^2} = \sqrt{1716{,}1^2 + 333{,}2^2} = 1748{,}14 \, см/с^2.$$

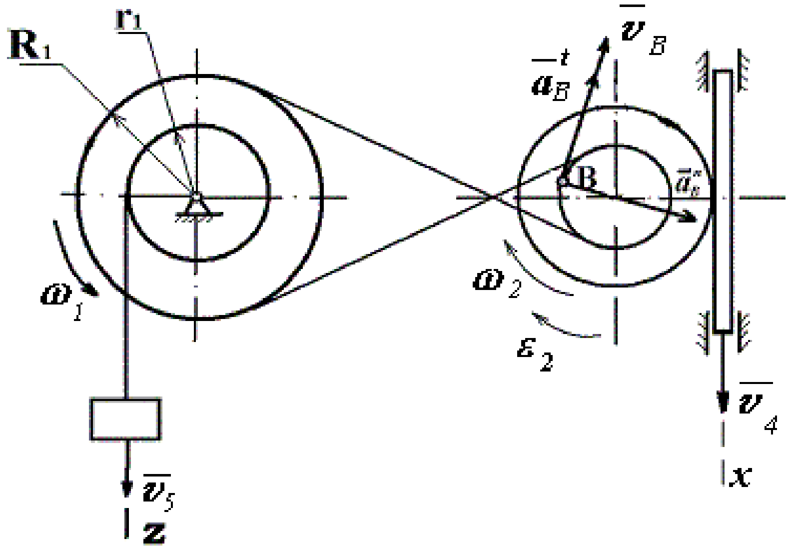


Рис. К2.2. Расчетная схема к примеру выполнения задания К-2

Все скорости и ускорения точек, а также направления угловых скоростей показаны на рис. К2.2.

Ответ: $\omega_1 = 20t/3$ c^{-1};$\omega_2 = 25t/3$ c^{-1};$\omega_{2(t=\tau)}$=6,55 c^{-1};ε_2 = 8,33 c^{-2};v_B= 262 *см/с*^{2};

a_B= 1748,14 *см/с*^{2};v_4= 393 *см/с*.

Задание К3 (исследование плоскопараллельного движения твердого тела)

Плоский механизм, представленный на рисунках(таблица К3.3), состоит из нескольких стержней иползунов. Длины стержней равны соответственно:l_1=0,6 *м*, l_2=1,8 *м*, l_3=2,0 *м*, l_4=0,8 *м*.

Один из стержней поделен шарниром присоединения надве равные части. Положение механизма определяется углами $\alpha,\beta,\gamma,\theta$. Значениеэтих углов и других заданных величин указаны в таблицах К3.1 и К3.2.

Найти скорости и ускорение точек, угловыескорости и угловые ускорения звеньев, указанных в столбцах (см. табл. К3.2).

Дуговые стрелки на рисунках показывают, как при построении чертежа механизма должны откладываться соответствующие углы. Построение механизма следует начинатьсо стержня, направление которого определяется углом α.

Заданные угловую скорость и угловое ускорение считать направленнымипротив хода часовой стрелки.

Таблица К3.1

Исходные данные

Величина	Значения величин по вариантам									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Угол $\alpha,^0$	90	120	0	30	60	45	150	240	135	75
Угол $\gamma,^0$	60	150	30	120	45	60	90	30	120	45

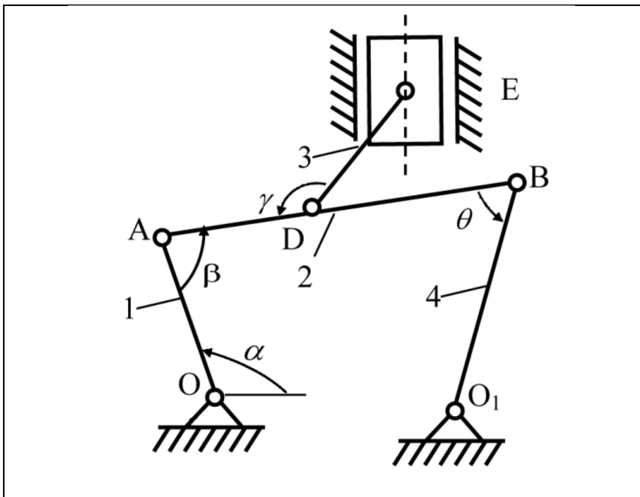
Таблица К3.2

Исходные данныеи неизвестные

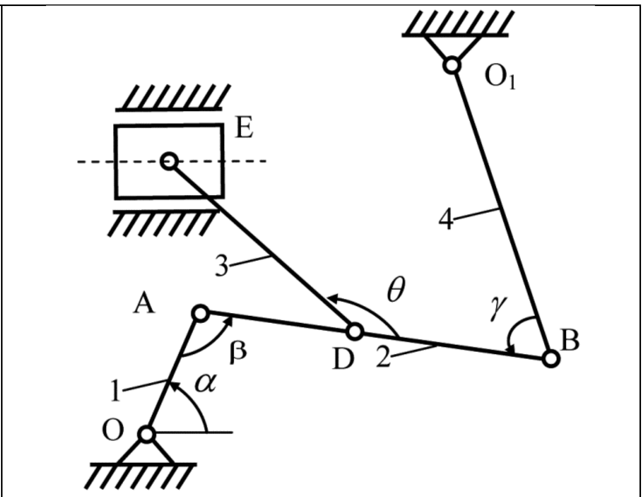
Величина			Значения величин по вариантам									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Кинематические характеристики	*Углы*	$\theta,^0$	120	45	90	150	60	45	120	30	135	30
		$\beta,^0$	30	120	150	60	45	30	135	60	90	120
	Угловые скорости и ускорения	ω_1, c^{-1}	6	4	5	3	2	5	8	6	4	2
		ε_1, c^{-2}	4	2	5	3	6	5	8	6	10	4
Неизвестные (надо найти)	*υ точек, м/с*		B,E	A,E	B,E	A,E	B,E	D,E	B,E	A,E	B,E	D,E
	ω звена, c^{-1}		ω_3	ω_2	ω_2	ω_3	ω_2	ω_2	ω_3	ω_3	ω_2	ω_3
	a точек, м/c^2		B	A	B	A	B	A	B	A	B	A
	ε звена, c^{-2}		ε_2	ε_2	ε_2	ε_2	ε_2	ε_2	ε_2	ε_2	ε_2	ε_2

Таблица К3.3

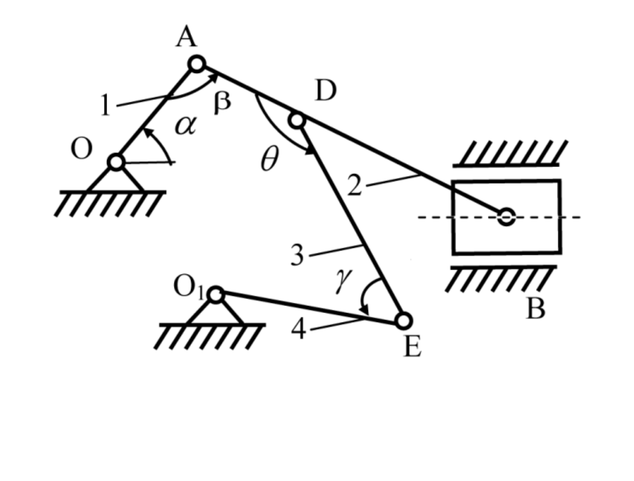
Схемы механизмов



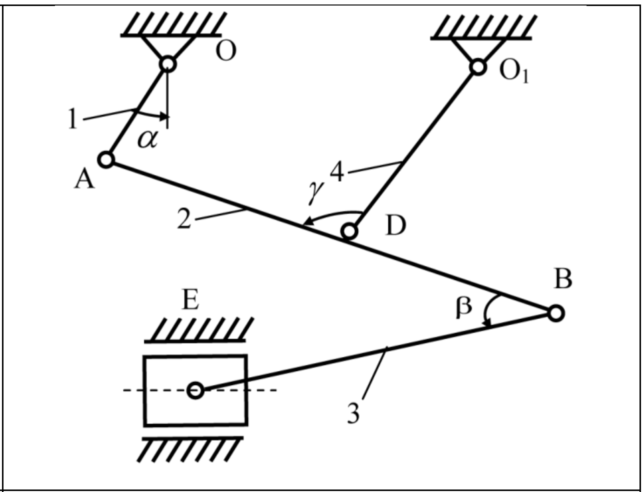
К 3.0



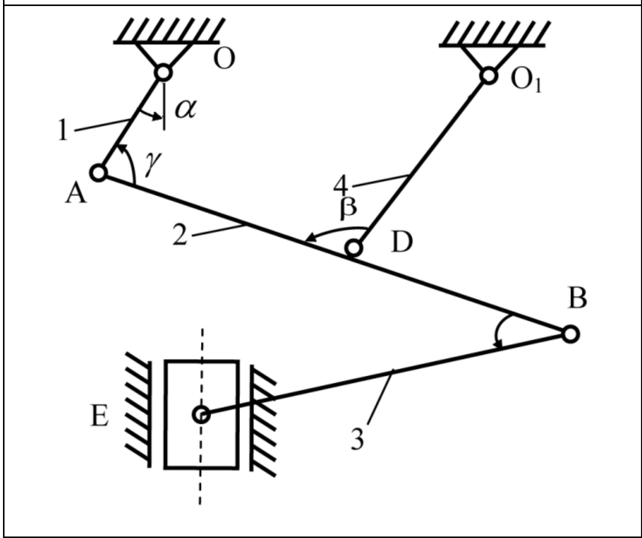
К 3.1



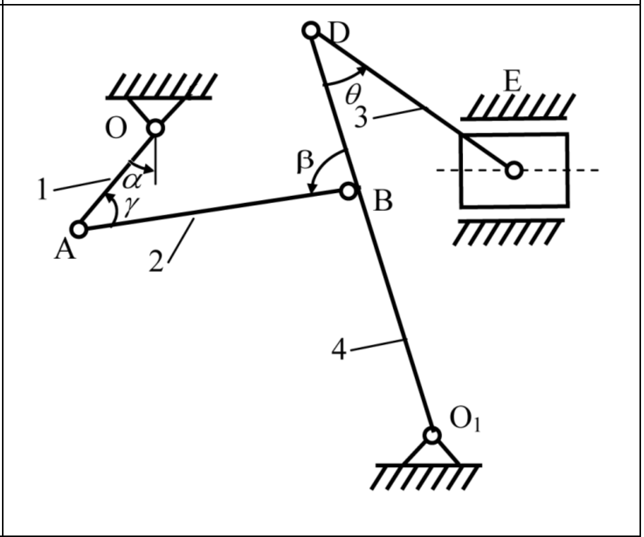
K 3.2



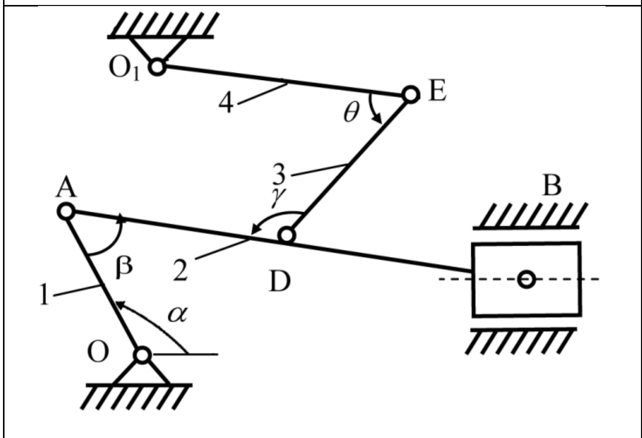
K 3.3



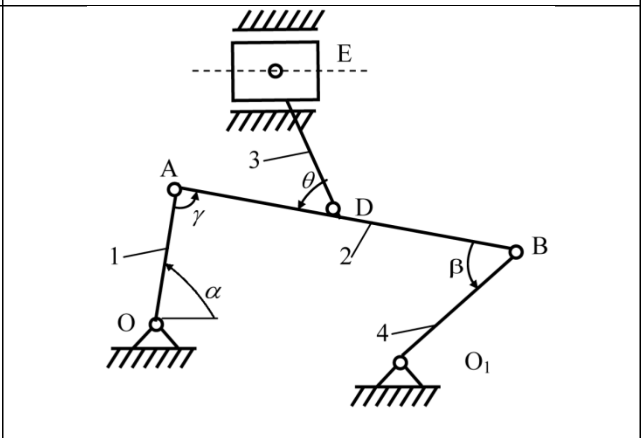
K 3.4



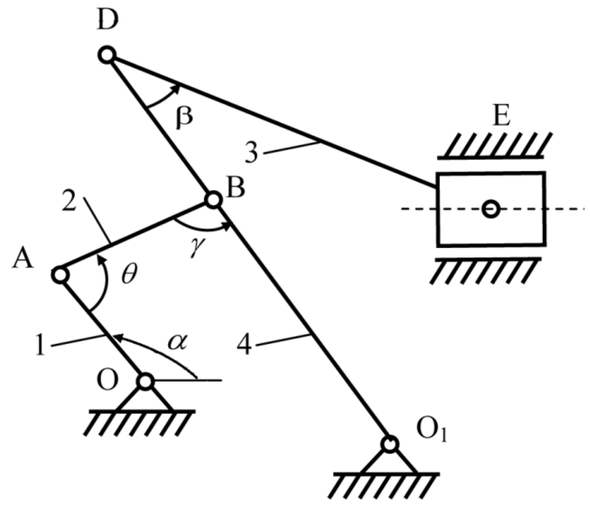
K 3.5



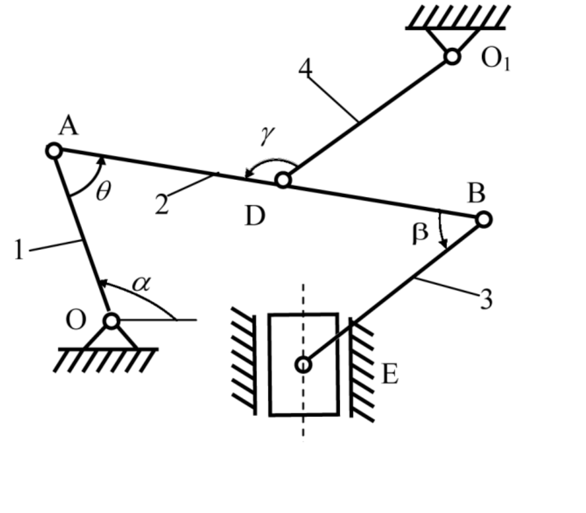
K 3.6



K 3.7



К 3.8



К 3.9

Пример выполнения задания К-3

Исходные данные: α=60°, β=90°, γ=45°, θ=120°, l_1=*OA*=0.6 *м*, l_2=*AB*=1.8 *м*, l_3=O_1B=2.4 *м*, O_1D=0.8 *м*, l_4=*DE*=1.2 *м*, ω_1=6 c^{-1}, ε_1=10 c^{-2} (направление ω_1 и ε_1 – против хода часовой стрелки).

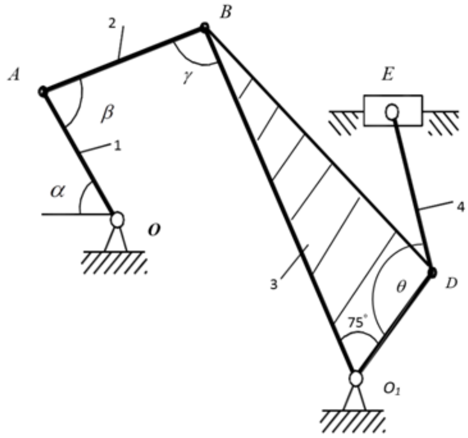


Рис. К 3.1. Исходная схема механизма к примеру задания К-3

Найти: v_B, v_E, ω_2, ω_4, a_B, ε_2 для механизма, изображенного на рис К 3.1

Решение: Строим положение механизма в соответствии с заданными углами (рис. К 3.2). Определяем скорость точек. Скорость точки *A* перпендикулярна к кривошипу *OA*. Ее модуль

$$v_A=\omega_1 l_1=6\ 0{,}6=3{,}6\ м/с,$$

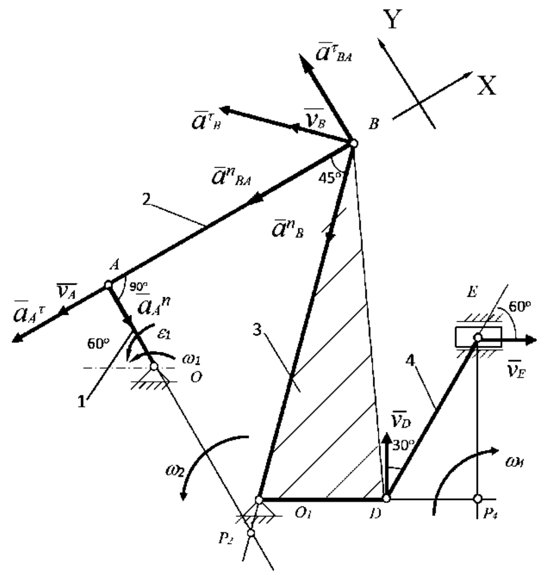


Рис. К 3.2. Расчетная схема примера выполнения задания К-3

Скорость точки *B*, которая одновременно принадлежит шатуну *AB* и кривошипу O_1B, перпендикулярна кривошипу O_1B. Мгновенный центр скоростей P_2 стержня *AB* находится в точке пересечения перпендикуляров, проведенных из точек *A* и *B* к их скоростям. Скорости точек стержня *AB* (звено 2) и его угловая скорость связаны зависимостью

$$\omega_2 = \frac{v_A}{AP_2} = \frac{v_B}{BP_2}.$$

Как видно из рисунка К 3.2, треугольник ABP_2 прямоугольный и равнобедренный, поэтому: $AP_2=AB=l_2=1{,}8$ *м,*

$$BP_2 = \frac{AB}{\sin 45^\circ} = \frac{18}{0{,}707} = 2{,}55\,м$$

Итак

$$\omega_2 = \frac{v_A}{AP_2} = \frac{3{,}6}{1{,}8} = 2\,c^{-1}$$

$$v_B = \omega_2 \cdot BP_2 = 5{,}1\,м.$$

Для определения скорости точки *E*, которая принадлежит стержню *DE*, надо сначала найти скорость точки *D*. Так как точка *D* вместе с точкой *B* относится к звену 3, которая вращается вокруг неподвижной точки O_1 с угловой скоростью ω_3, то скорость точки *D* найдем из пропорции:

$$\omega_3 = \frac{v_B}{BO_1} = \frac{v_D}{DO_1},$$

$$\omega_3 = \frac{v_B}{BO_1} = \frac{5,1}{2,4} = 2,125\, c^{-1}$$

$$v_D = v_B \frac{DO_1}{BO_1} = 5,1\frac{0,8}{2,4} = 1,7 \text{ м/с}$$

Вектор $\bar{v}_D$ направлен перпендикулярно к стержню DO_1 так, чтобы угловая скорость ω_3 была направлена против хода часовой стрелки в соответствии с направлением $\bar{v}_B$.

Направление вектора $\bar{v}_E$ определим исходя из того, что точка E принадлежит одновременно ползуну, который движется вдоль направляющих поступательно. Теперь, зная $\bar{v}_D$ и направление $\bar{v}_E$, воспользуемся теоремой о проекциях скоростей двух точек тела (стержня DE) на прямую, соединяющую эти точки. Сначала по этой теореме установим, в какую сторону обращен вектор $\bar{v}_E$ (проекции скоростей должны иметь одинаковые знаки). Затем вычисляя эти проекции, находим:

$$v_D \cos 30^\circ = v_E \cos 60^\circ,$$

Откуда

$$v_E = v_D \frac{\cos 30^\circ}{\cos 60^\circ} = 1,7\frac{0,866}{0,5} = 2,85 \text{ м}$$

Для определения угловой скорости стержня DE (звена 4), найдем положение мгновенного центра скоростей P_4, в точке пересечения перпендикуляров, проведенных из точек D и E к их скоростям. Тогда:

$$\omega_4 = \frac{v_D}{DP_4} = \frac{v_E}{EP_4}$$

Из прямоугольного треугольника DEP_4 найдем:

$$DP_4 = DE \sin 30^\circ = 1,2\ 0,5 = 0,6, \text{ м.}$$

Откуда

$$\omega_4 = \frac{v_D}{DP_4} = \frac{1,7}{0,6} = 2,83\ c^{-1}.$$

Определяем ускорение точек. Ускорение точки A состоит из касательного и нормального ускорений

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^\tau + \bar{a}_A^n,$$

где

$$a_A^\tau = \varepsilon_1 l_1 = 10 \cdot 0,6 = 6\,м/с^2,$$
$$a_A^n = \omega_1^2 l_1 = 6^2 \cdot 0,6 = 6\,,\ м/с^2.$$

Вектор $\overline{a}_A^\tau$ направлен перпендикулярно к *OA*, а вектор $\overline{a}_A^n$ направлен от точки *A* до точки *O*. Для определения ускорения точки *B* воспользуемся уравнением:

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A^\tau + \overline{a}_A^n + \overline{a}_{BA}^\tau + \overline{a}_{BA}^n$$

Так как точка *B* принадлежит не только стержню *AB*, но и стержню BO_1 (звенья 4), который вращается вокруг неподвижной точки O_1, то ускорение также состоит из касательного и нормального ускорений, то есть

$$\overline{a}_B^\tau + \overline{a}_B^n = \overline{a}_A^\tau + \overline{a}_A^n + \overline{a}_{BA}^\tau + \overline{a}_{BA}^n$$

Вектор $\overline{a}_B^\tau$ направляем перпендикулярно к стержню O_1B в ту или иную сторону. Его вычисления по формуле

$$a_B^\tau = \varepsilon_3 l_3$$

невозможно, так как значение ε_3 неизвестно. Нормальное ускорение точки *B*

$$a_B^n = \omega_3^2 l_3 = 2,125 \cdot 2,4 = 10,85\ \text{м/с}^2$$

и вектор $\overline{a}_B^n$ направляем от точки *B*к точкеO_1.

Вектор $\overline{a}_{BA}^\tau$ направляем перпендикулярно к стержню *AB* в любую сторону, а вектор $\overline{a}_{BA}^n$ – вдоль *AB* от точки *A* до точки *B*, и находим числовое значение:

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 l_2 = 2^2 \cdot 1,8 = 7,2\,м/с^2.$$

Таким образом, в величинах, входящих в уравнение неизвестны только числовые значения $\overline{a}_B^\tau$ и$\overline{a}_{BA}^\tau$.Чтобы найти эти величины, спроектируем обе части уравнения на две произвольно выбранные перпендикулярные оси X и У. Направляем одну из осей (ось X) вдоль стержня *AB* и в результате проектирования получим:

$$-a_B^\tau \cos 45^\circ - a_B^n \cos 45^\circ = -a_A^\tau - a_{BA}^n,$$
$$a_B^\tau \sin 45^\circ - a_B^n \sin 45^\circ = -a_A^n + a_{BA}^\tau$$

Из второго уравнения находим:

$$a_B^\tau = \frac{a_A^\tau}{\cos 45^\circ} + \frac{a_{BA}^n}{\cos 45^\circ} - a_B^n = \frac{6}{0,707} + \frac{7,2}{0,707} - 10,85 = 7,8\ \frac{м}{с^2}.$$

Из первого уравнения находим:

$$a_{BA}^\tau = a_A^n + a_B^\tau \sin 45^\circ - a_B^n \sin 45^\circ = 21,6 + 7,8 \cdot 0,707 - 10,85 \cdot 0,707 = 19,5\ \frac{м}{с^2}$$

Тогда ускорение точки *B***:**

$$a_B = \sqrt{(a_B^\tau)^2 + (a_B^n)^2} = \sqrt{7,8^2 + 10,85^2} \text{ м/с}^2.$$

Угловое ускорение стержня *AB*:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{AB} = \frac{19,5}{2,4} = 8,1 c^{-2}.$$

Ответ: v_B=5,1 *м/с* ; v_E=2,85 *м/с* ; ω_2=2 c^{-1}; ω_4=2,83 c^{-1}; a_B=13,4 *м/с*^{2}; ε_2=8,1 c^{-2}.

ДИНАМИКА

Задание Д-1 (интегрирование дифференциальных уравнений движения материальной токи)

В изогнутой трубе, расположенной в вертикальной плоскости (табл. Д 1.1), получив в точке *A* начальную скорость v_A, движется груз *D* массой *m*. На прямолинейном участке трубы *AB* на груз действуют сила тяжести *P*, движущая сила *Q* и сила сопротивления среды *R*, зависящая от скорости груза.В таблице Д 1.2 задана либо длина *l* участка *AB,* либо время t_1движения груза от точки А до точки В. На прямолинейном участке трубы *CE* на груз действуют сила тяжести и переменная сила *F*, проекция которой на ось *x* задана. Прямолинейные участки трубы сопряжены дугой *BC* окружности радиуса *r*. На криволинейном участке трубы на груз действует сила тяжести. Трением груза о трубу пренебречь. На рис. 0,1,3,4, 5, 6,8,9 один из участков *AB* или *CE* направлен либо горизонтально, либо вертикально.

Определить:

– скорость груза в положениях *B* и *C*;

– закон движения груза на участке *CE*.

Необходимые условия даны в табл. Д 1.2

Указания к выполнению задания Д-1

Задача Д1 относится ко второй основной задаче динамики материальной точки. В вариантах задач (табл. Д 1.2, усл. 0, 2, 3, 5, 6, 8) сила сопротивления среды, действующая на груз, зависит от квадрата скорости груза. В вариантах задач (табл. Д 1.2, усл. 1, 4, 7, 9) сила сопротивления среды зависит от скорости линейно. Задачу Д-1 следует решать в следующей последовательности:

1) принять реальное тело, движение которого рассматривается в задаче, за материальную точку, наделенную массой *m;*

2) выбрать систему координат;

3) изобразить материальную точку в этой системе координат, определяя ее положение текущими координатами;

4) приложить к точке активные силы (т.е. силы, не зависящие от связей); если рассматривается движение несвободного тела, то в соответствии с принципом освобождаемости от связей статики приложить к материальной точке также реакции связей;

5) записать основной закон динамики точки для данной задачи;

6) проектируя векторное выражение основного закона динамики точки на выбранные оси координат, составить дифференциальные уравнения движения точки;

7) задать начальные условия движения точки;

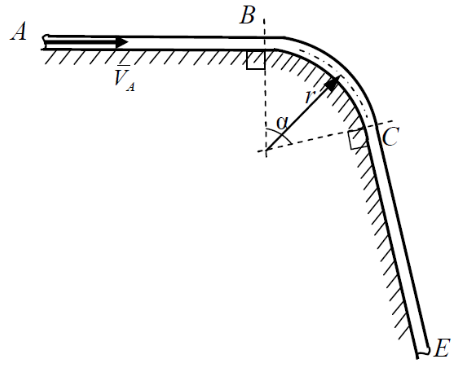
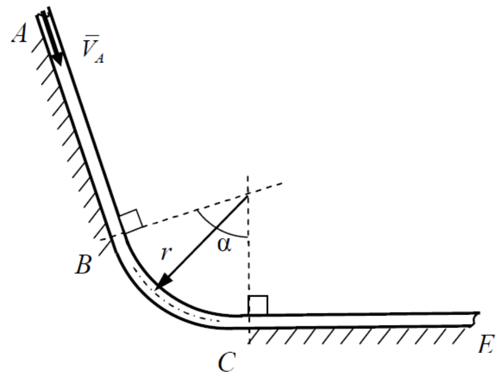
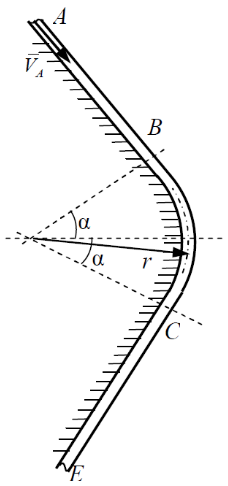
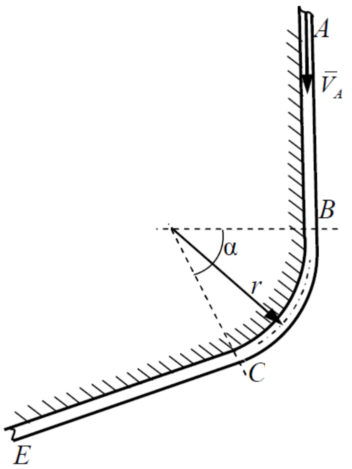
8) проинтегрировать полученную в п. 6 систему дифференциальных уравнений;

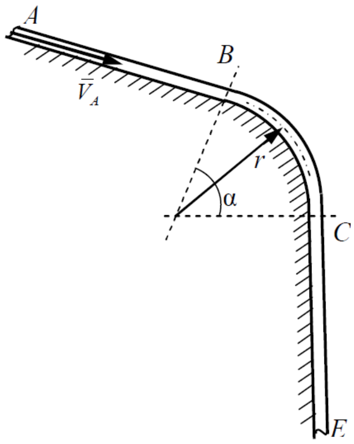
9) используя начальные условия п. 7, определить константы интегрирования;

10) используя полученные в п. 8 уравнения движения точки, определить искомые величины.

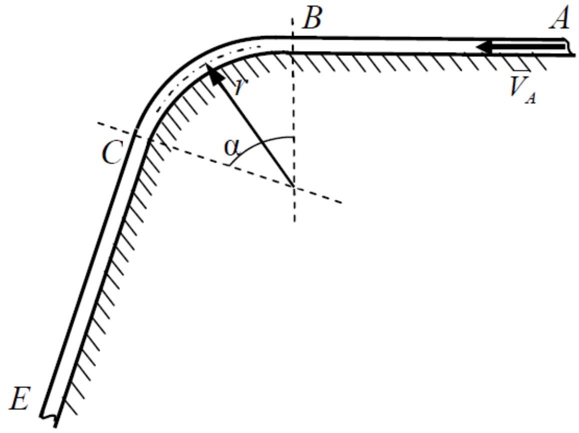
Таблица Д 1.1

Схемы вариантов к заданию Д-1

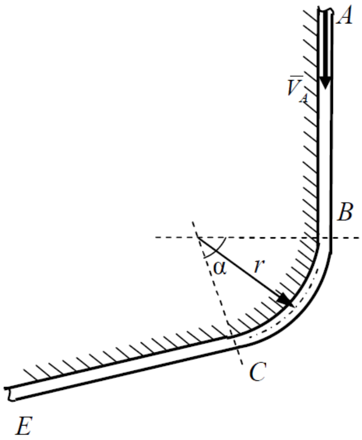
	
Д1.0	Д1.1
	
Д1.2	Д1.3



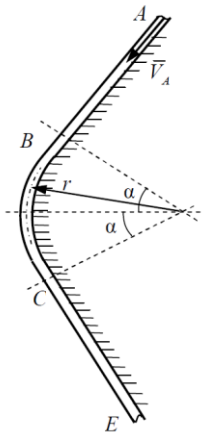
Д1.4



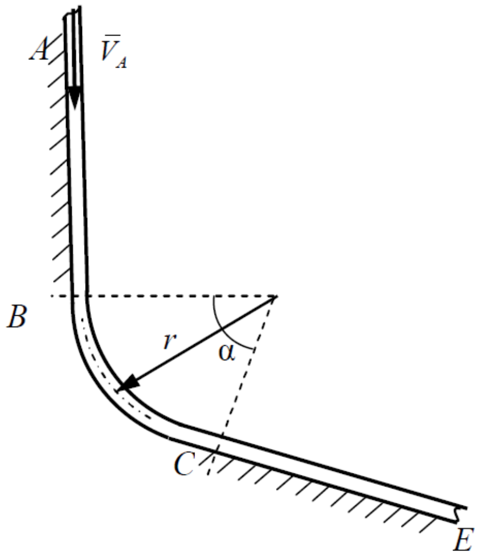
Д1.5



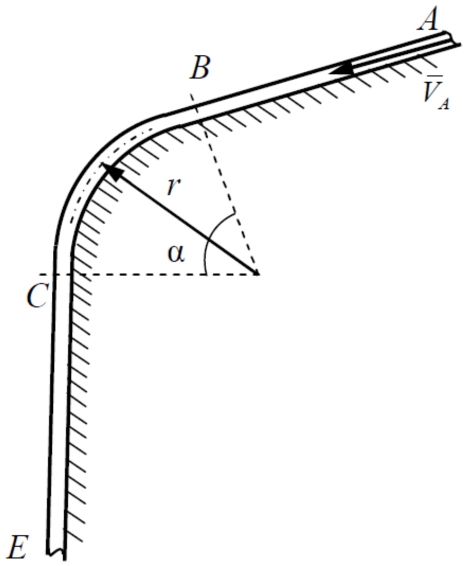
Д1.6



Д1.7



Д1.8



Д1.9

Таблица Д 1.2

Варианты условий к заданию Д-1

№ условия	m, (*кг*)	Q, (*Н*)	l, (*м*)	v_A, (*м/с*)	r, (*м*)	t_1, (*с*)	α, рис. 0,3,6,9	α, рис. 1,4,7	α, рис. 2,5,8	R, (*Н*)	Fx, (*Н*)
0	1	4	2,4	20	0,1	-	30°	45°	60°	$0{,}1v^2$	$\sin 2t$
1	1,2	4,5	-	19	0,15	2	30°	45°	60°	$0{,}1v$	$2\cos 2t$
2	1,4	5	2,2	18	0,2	-	30°	45°	60°	$0{,}2v^2$	$-3\sin 3t$
3	1,6	5,5	-	17	0,1	2,5	30°	45°	60°	$0{,}2v^2$	$-4\cos 3t$
4	1,8	6	2	16	0,15	-	30°	45°	60°	$0{,}3v$	$5\sin 4t$
5	2,0	6,5	-	15	0,2	3	30°	45°	60°	$0{,}3v^2$	$6\cos 4t$
6	1,8	7	1,8	14	0,1	-	30°	45°	60°	$0{,}4v^2$	$-5\sin 3t$
7	1,6	7,5	-	13	0,15	2,5	30°	45°	60°	$0{,}4v$	$-4\cos 3t$
8	1,4	8	1,6	12	0,2	-	30°	45°	60°	$0{,}5v^2$	$3\sin 2t$
9	1,2	8,5	-	11	0,1	2	30°	45°	60°	$0{,}5v$	$2\cos 2t$

Пример выполнения задания Д-1

Исходные данные: В изогнутой трубке, расположенной в вертикальной плоскости (рис. Д 1.1), движется груз D массой m. В начале движения груз получил в точке A скорость v_0. На прямолинейном участке трубы AB на груз действуют сила тяжести $\bar{P}$, движущая сила $\bar{Q}$ и сила сопротивления среды $\bar{R}$, зависящая от скорости груза. Расстояние AB равно l. На прямолинейном участке трубы CE на груз действуют сила тяжести и переменная сила $\bar{F}$, проекция которой на ось x задана. Прямолинейные участки трубы сопряжены дугой BC окружности радиуса r. На криволинейном участке трубы на груз действует сила тяжести.

Найти:

- скорость груза в положениях B и C;
- закон движения груза на участке CE.

Трением груза о трубу пренебречь.

Дано: $m = 1{,}5$ *кг*, $Q = 7$ *Н*, $l = 2$ *м*, $v_0 = 17$ *м/с*, $R = 0{,}3v^2$, $F_x = -10\sin 3t$, $r = 0{,}1$*м*, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$.

Решение: Разделим задачу на три части. Сначала определим скорость груза в точке B, рассмотрев движение груза на участке AB. Затем, приняв скорость груза в точке Bзаначальную, рассмотрим движение груза на криволинейном участке BC и определим скорость груза в точке *C*. Приняв эту скорость за начальную, определим уравнение движения груза на участке *CE*.

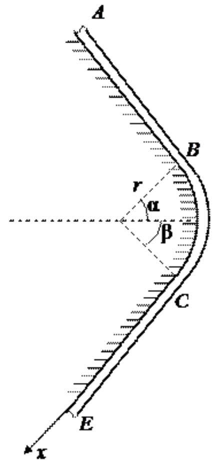


Рис. Д1.1. Схема примера задания Д-1

1. Определим скорость груза в точке *B*, рассмотрев движение груза на участке *AB*. Примем груз *D* за материальную точку, совершающую прямолинейное движение внутри наклонного участка трубы *AB* под углом $90-\alpha=60^{\circ}$ к горизонту (рис. Д 1.2). Вдоль этого участка трубы направим ось *z*, начало которой совместим с начальным положением груза в точке *A*. Положение материальной точки *D* будет определяться при прямолинейном движении координатой *z*. На точку *D* будут действовать следующие силы: вес груза $\overline{P}=m\overline{g}$, постоянная сила $\overline{Q}$, сила сопротивления движению точки $\overline{R}$, направленная в сторону, противоположную движению, и зависящая от скорости точки *v*, нормальная реакция стенки трубы $\overline{N}_1$.

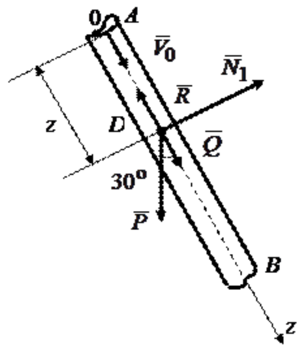


Рис. Д1.2. Расчетная схема участка *AB* задания Д-1

Составим основное уравнение динамики точки *D*:

$$m\overline{a}=\overline{P}+\overline{Q}+\overline{R}+\overline{N}_1. \qquad \text{(Д 1.1)}$$

Проектируя (Д 1.1) на ось z и учитывая, что $a_z = \dot{v}_z = \dot{v}$, получим дифференциальное уравнение движения точки D:

$$m\frac{dv}{dt} = mg \cdot \sin 60^{\circ} + Q - 0{,}3v^2. \qquad \text{(Д 1.2)}$$

Запишем начальные условия.

Приt = 0

$$z = 0,\ \dot{z} = v_0. \qquad \text{(Д 1.3)}$$

Перейдем от независимой переменной t к переменной z:

$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{dv_z}{dz}\frac{dz}{dt} = v_z\frac{dv_z}{dz} = v\frac{dv}{dz} = \frac{1}{2}\frac{d(v^2)}{dz}. \qquad \text{(Д 1.4)}$$

Подставляя (Д 1.4) в уравнение (Д 1.2), получим линейное уравнение первого порядка относительно квадрата скорости точки D:

$$\frac{dv^2}{dz} = 2g \cdot \sin 60^{\circ} + \frac{2Q}{m} - \frac{0{,}6}{m}v^2. \qquad \text{(Д 1.5)}$$

Обозначим

$$a = \frac{g \cdot \sin 60 \cdot m + Q}{0{,}75} = 65{,}77,\ b = \frac{0{,}6}{m} = 0{,}4. \qquad \text{(Д 1.6)}$$

и разделим в уравнении (Д 1.5) переменные:

$$\frac{dv^2}{v^2 - a} = -bdz. \qquad \text{(Д 1.7)}$$

Взяв в (Д 1.7) от обеих частей интегралы, имеем:

$$\ln(v^2 - a) = -bz + C. \qquad \text{(Д 1.8)}$$

Определим константу интегрирования C, учитывая начальные условия (Д 1.3):

$$\ln(v_0^2 - a) = C.$$

Следовательно

$$\ln(v^2 - a) = -bz + \ln(v_0^2 - a)$$

или

$$\ln\frac{v^2 - a}{v_0^2 - a} = -bz. \qquad \text{(Д 1.9)}$$

Из уравнения (Д 1.9) находим

$$v^2 = a + (v_0^2 - a)e^{-bz}. \qquad \text{(Д 1.10)}$$

Подставляя в (Д 1.10) длину участка z = 2 *м* и значения a и b из (Д 1.6), получим скорость груза в точке B:

$v_B^2 = 65,77 + (17^2 - 65,77) \cdot e^{-0,8} = 166,074$ и, следовательно, $v_B = 12,88$ м/с.

2. Рассмотрим движение груза на участке трубы *BC*. На криволинейном участке траектории на точку *D* действуют сила тяжести $\overline{P}$ и реакция стенки трубы $\overline{N}_2$ (рис. Д1.3). Применим естественные оси плоской траектории точки $D\overline{\tau}\overline{n}$, направив единичный вектор касательной $\overline{\tau}$ в сторону движения точки. За начало отсчета дуги s примем точку B с начальной скоростью $\overline{v}_B$. Основное уравнение динамики точки *D* на этом участке имеет вид

$$m\overline{a} = \overline{P} + \overline{N}_2. \qquad \text{(Д 1.11)}$$

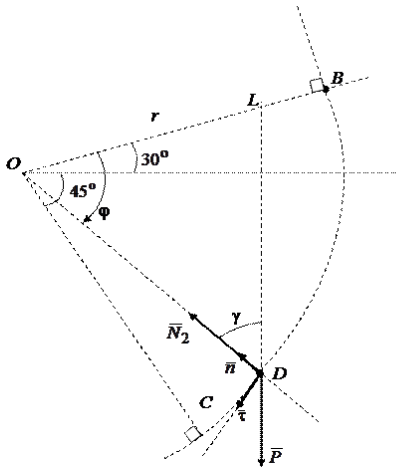


Рис. Д1.3. Расчетная схема участка *BC* задания Д-1

Составим первое уравнение системы дифференциальных уравнений, спроектировав уравнение (Д 1.11) на касательную $\overline{\tau}$ и учитывая, что реакция $\overline{N}_2$ направлена вдоль главной нормали траектории, т. е. по радиусу дуги окружности с центром в точке O:

$$m\frac{d^2s}{dt^2} = P_\tau,$$

или, учитывая, что

$$v_\tau = \frac{ds}{dt},$$

получим

$$m\frac{dv_\tau}{dt}=P_\tau. \qquad \text{(Д 1.12)}$$

Положение точки на дуге окружности будем определять переменным углом φ, откладывая его от радиуса *OB*. В уравнении (Д 1.12) перейдем к новой переменной φ, учитывая, что $s=r\cdot\varphi$.

Тогда

$$\frac{dv_\tau}{dt}=\frac{dv_\tau}{ds}\frac{ds}{dt}=\frac{1}{r}\frac{dv_\tau}{d\varphi}\frac{ds}{dt}=\frac{1}{r}\frac{dv_\tau}{d\varphi}\cdot v_\tau=\frac{1}{2r}\frac{dv_\tau^2}{d\varphi}=\frac{1}{2r}\frac{dv^2}{d\varphi}$$

Сила тяжести $\overline{P}$ составляет с касательной $\overline{\tau}$ угол 90–γ (рис. Д 1.3). Из треугольника ODLугол $\gamma=180^\circ-60^\circ-\phi=120^\circ-\phi$. Следовательно, сила тяжести $\overline{P}$ составляет с касательной угол $\phi-30^\circ$ и проекция силы тяжести на касательную равна

$$P_\tau=mg\cdot\cos(\phi-30^\circ).$$

Тогда уравнение (Д 1.12) примет вид

$$\frac{m}{2r}\frac{dv^2}{d\phi}=mg\cdot\cos(\phi-30^\circ).$$

Сокращая на массу *m* и разделяя переменные получим

$$dv^2=2rg\cdot\cos(\phi-30^\circ)d\phi.$$

Взяв от обеих частей интегралы, имеем

$$v^2=2rg\cdot\sin(\phi-30^\circ)+C. \qquad \text{(Д 1.13)}$$

Учитывая, что при $\varphi=0$ начальная скорость точки равна v_B, определим в (Д 1.13) константу интегрирования *C*:

$$C=v_B^2+2rg\sin 30^\circ.$$

Следовательно,

$$v=\sqrt{2rg[\sin(\varphi-30^0)+\sin 30^0]+v_B^2}. \qquad \text{(Д 1.14)}$$

Подставляя в (Д 1.14) значение угла $\varphi=75^0$, определим скорость точки в положении *C*:

$$v_C=\sqrt{2rg[\sin(45^0)+\sin 30^0]+v_B^2}=12{,}98\,\text{м/с}. \qquad \text{(Д 1.15)}$$

Сравнивая скорости v_B и v_C, видим, что потеря скорости на участке сопряжения невелика при относительно малом радиусе скругления r = 0,1 м. С увеличением радиуса *r*, как видно из формулы (Д 1.15), скорость точки в положении *C* будет увеличиваться.

3. Рассмотрим движение груза на участке *EC*. Начало оси *x* совместим с точкой *C* (рис. Д 1.4). Скорость точки v_C будет начальной для этого участка трубы. Положение точки *D* будет определяться координатой *x*. На точку *D* действуют силы: сила тяжести $\overline{P} = m\overline{g}$, переменная сила $\overline{F}$, проекция которой на ось *x* равна: $F_x = -10\sin 3t$. Следовательно, при положительном значении функции синуса сила $\overline{F}$ направлена в сторону, противоположную положительному направлению оси *x*. На точку *D* действует также нормальная реакция связи $\overline{N}_3$.

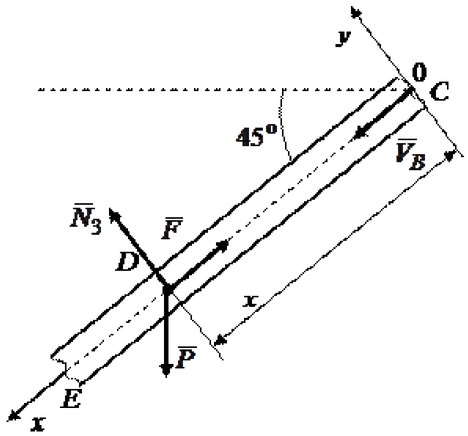


Рис. 1.4. Расчетная схема участка *CE* задания Д-1

Основное уравнение динамики точки *D* на этом участке будет иметь вид

$$m\overline{a} = \overline{P} + \overline{F} + \overline{N}_3. \quad \text{(Д 1.16)}$$

Проектируя (Д 1.16) на ось *x* и учитывая, что $a_x = \ddot{x}$, получим дифференциальное уравнение движения точки

$$m\ddot{x} = mg\cos 45^\circ - 10\sin 3t$$

или, разделив обе части уравнения на m = 1,5 *кг*, при g = 9,8 *м/с*^{2} получим

$$\ddot{x} = 6{,}92 - 6{,}67\sin 3t. \quad \text{(Д 1.17)}$$

Зададим начальные условия:

при $t = 0$

$$x_0 = 0;\, \dot{x}_0 = v_C. \quad \text{(Д 1.18)}$$

Учитывая, что $\ddot{x} = \dfrac{d\dot{x}}{dt}$, и разделяя переменные в уравнении (Д 1.17), имеем

$$d\dot{x} = (6{,}92 - 6{,}67\sin 3t)dt.$$

После интегрирования находим

$$\dot{x} = 6{,}92t + 2{,}22\cos 3t + C_1. \qquad (Д\ 1.19)$$

Разделяя еще раз переменные и интегрируя уравнение (Д 1.19), получим

$$x = 3{,}46t^2 + 0{,}74\sin 3t + C_1 t + C_2. \qquad (Д\ 1.20)$$

Для определения констант интегрирования C_1 и C_2 подставим начальные условия (Д 1.18) в уравнения (Д 1.19) и (Д 1.20):

$$v_C = 2{,}22 + C_1,\ 0 = C_2,$$

откуда

$$C_1 = v_C - 2{,}22 = 12{,}98 - 2{,}22 = 10{,}76.$$

Ответ: искомый закон движения груза D имеет вид

$$x = 3{,}46t^2 + 0{,}74\sin 3t + 10{,}76t.$$

Задание Д-2 (применение теоремы о движении центра масс механической системы)

Механическая система состоит из грузов D_1 массой m_1 и D_2 массой m_2 и из прямоугольной вертикальной плиты массой m_3, движущейся вдоль горизонтальных направляющих (таблица Д 2.1). В момент времени t_0 =0 , когда система находилась в покое, под действием внутренних сил грузы начинают двигаться по желобам, представляющие собой окружности радиусов r и R. При движении грузов угол φ_1изменяется по закону $\varphi_1 = f_1(t)$, а угол φ_2по закону $\varphi_2 = f_2(t)$. В таблице Д 2.2 эти зависимости даны отдельно для рис. Д2.0-Д2.4 и Д2.5-Д2.9, где φ– выражено в радианах

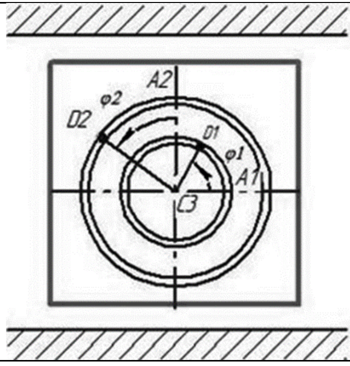
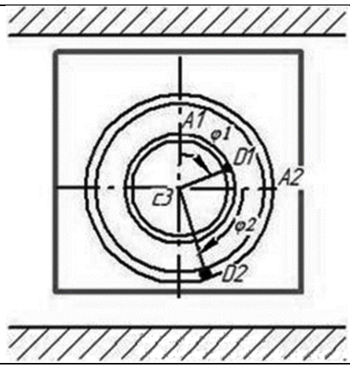
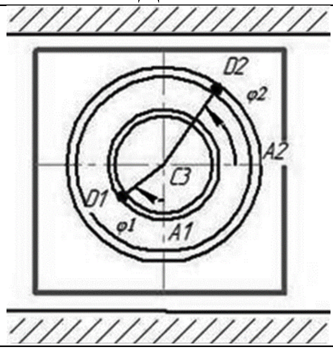
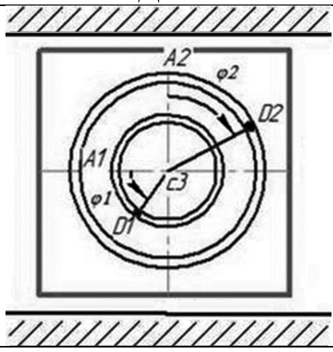
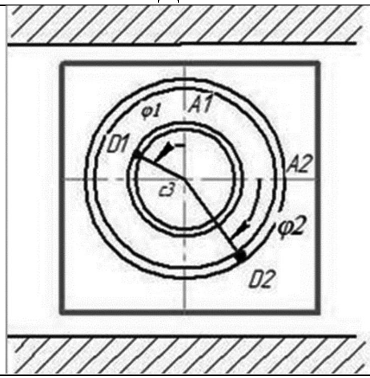
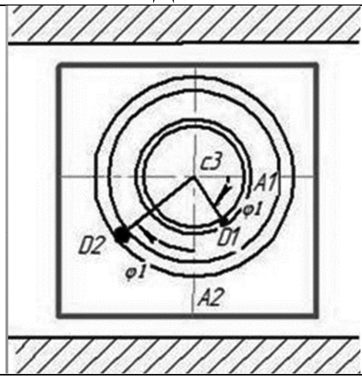
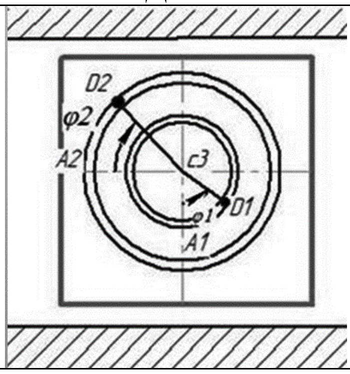
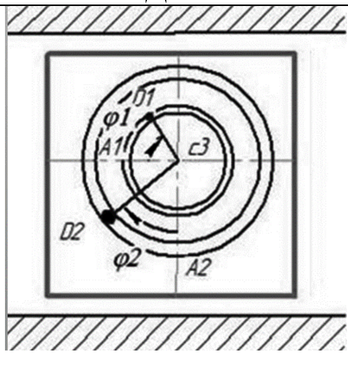
Исходные данные: m_1 =6 *кг*, m_2 =8 *кг*, m_3 =12 *кг*, r=0,6 *м*, R=1,2 *м*.

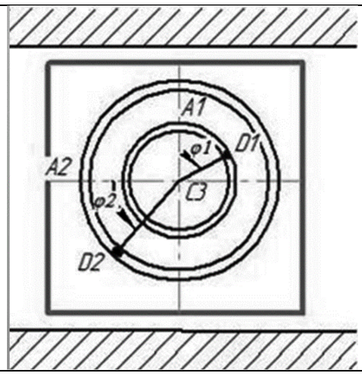
Определить: $x_3 = f_3(t)$ –закон движения плиты, $N = f(t)$ – закон изменения со временем полной нормальной реакции направляющих (см. табл. Д 2.2).

Указания: Задача Д 1- на применение теоремы о движении центра масс. При решении считать грузы материальными точками и пренебречь всеми сопротивлениями

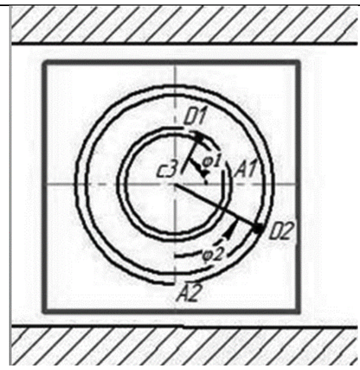
Таблица Д2.1

Варианты механической системы для задания Д-2

	
Д2.0	Д2.1
	
Д2.2	Д2.3
	
Д2.4	Д2.5
	
Д2.6	Д2.7



Д2.8



Д2.9

Таблица Д 2.2

Законы изменения углов по вариантам задания Д-2

Номер условия	Рис. Д2.0-Д2.4		Рис. Д2.5-Д2.9		Найти
	$\varphi_1 = f_1(t)$	$\varphi_2 = f_2(t)$	$\varphi_1 = f_1(t)$	$\varphi_2 = f_2(t)$	
0	$\frac{\pi}{3}(t^2+1)$	$\frac{\pi}{6}(t^2-2)$	$\frac{\pi}{2}(3-t^2)$	$\frac{\pi}{3}(t^2+2)$	x_3
1	$\pi(2-t)$	$\frac{\pi}{4}(t+3)$	$\frac{\pi}{4}(2t-1)$	$\frac{\pi t}{6}$	N
2	$\frac{\pi}{6}(t^2+2)$	$\frac{\pi}{6}(5-t^2)$	$\frac{\pi}{3}(4-t^2)$	πt^2	x_3
3	$\frac{\pi t}{3}$	$\frac{\pi}{2}(t-2)$	$\frac{\pi}{6}(3t-2)$	$\frac{\pi}{2}(3-t)$	N
4	$\frac{\pi}{4}(1-3t^2)$	$\frac{\pi}{3}(t^2-4)$	$\frac{\pi t^2}{2}$	$\frac{\pi}{4}(2-t^2)$	x_3
5	$\frac{\pi}{6}(t+2)$	$\frac{\pi}{4}(1-t)$	$\pi(3-t)$	$\frac{\pi}{6}(t-1)$	N
6	πt^2	$\frac{\pi}{6}(1-2t^2)$	$\frac{\pi}{4}(2t^2-3)$	$\frac{\pi}{3}(2-t^2)$	x_3
7	$\frac{\pi}{3}(5-t)$	$\frac{\pi}{4}(t+4)$	$\frac{\pi t}{6}$	$\frac{\pi}{4}(4-t)$	N
8	$\frac{\pi}{6}(t^2+3)$	$\frac{\pi}{2}(2-t^2)$	$\frac{\pi}{3}(4-t^2)$	$\pi(t^2+2)$	x_3
9	$\frac{\pi}{2}(4-t)$	$\pi(t+5)$	$\frac{\pi}{6}(2t-1)$	$\frac{\pi}{2}(2-t)$	N

Пример выполнения задания Д-2.

Механическая система состоит из грузов D_1 массой m_1 и D_2 массой m_2 и из прямоугольной вертикальной плиты массой m_3, движущиейся вдоль горизонтальных направляющих (рис. Д2). В момент времени t_0 =0 , когда система находилась в покое, под действием внутренних сил грузы начинают двигаться по желобам, представляющим собой окружности радиусов r и R по законам $\varphi_1 = f_1(t)$ и $\varphi_2 = f_2(t)$.

Исходные данные: m_1 =6 *кг*, m_2 =8 *кг*, m_3 =12 *кг*, r=0,6 *м*, R=1,2 *м*, $\varphi_1 = \pi t$ *рад*,

$\varphi_2 = \dfrac{\pi}{2}(1-t)$ *рад* (t – в секундах).

Определить: $x_3 = f_3(t)$ –закон движения плиты, $N = f(t)$ – закон изменения со временем полной нормальной реакции направляющих.

Решение. Рассмотрим механическую систему, состоящую из плиты и грузов D_1 и D_2, в произвольном положении (рис. Д2). Изобразим действующие на систему внешние силы: силы тяжести $\overline{P}_1, \overline{P}_2, \overline{P}_3$ и реакцию направляющих $\overline{N}$. Проведем координатные оси Oxy так, чтобы ось y проходила через точку C_{30}, где находится центр масс плиты в момент времени $t_0 = 0$.

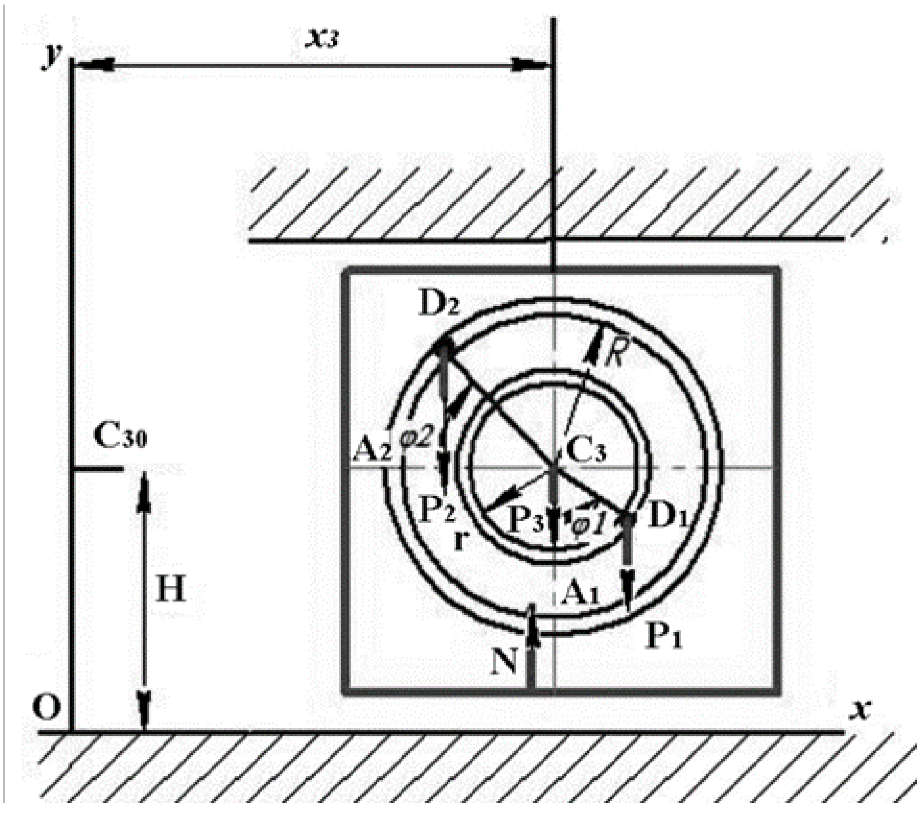


Рис. Д2. Расчетная схема к примеру задания Д-2

а) Определениеперемещения x_3. Для определения $x_3 = f_3(t)$ воспользуемся теоремой о движении центра масс системы. Составим дифференциальное уравнение его движения в проекции на ось x.

Получим

$$M\ddot{x}_C = \sum F_{kx}^e \text{ или } M\ddot{x}_C = 0 \qquad (Д\ 2.1)$$

так как $\sum F_{kx}^{e} = 0$, поскольку все действующие на систему внешние силы вертикальны.

Проинтегрировав уравнение (Д 2.1), найдем, что $M\dot{x}_C = C_1$, т.е. проекция скорости центра масс системы на эту ось есть величина постоянная. Так как в начальный момент времени $v_{Cx} = 0$, то $C_1 = 0$.

Интегрируя уравнение $M\dot{x}_C = 0$, получим

$$Mx_C = const, \qquad \text{(Д 2.2)}$$

т.е. центр масс системы вдоль оси *Ox* перемещаться не будет.

Определим значение Mx_C. Из рисунка Д2 видно, что в произвольный момент времени абсциссы грузов равны соответственно $x_1 = x_3 + r\sin\varphi_1, x_2 = x_3 - R\cos\varphi_2$. Так как по формуле, определяющей координату x_C центра масс системы,

$$Mx_C = m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3, \text{ то}$$

$$Mx_C = (m_1 + m_2 + m_3)x_3 + m_1 r\sin(\pi t) - m_2 R\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi t}{2}). \qquad \text{(Д 2.3)}$$

В соответствии с равенством (Д 2.2) координаты центра масс x_C всей системы в начальном и произвольном положении будут равны. Следовательно, учитывая, что при $t_0 = 0$ $x_3 = 0$, получим

$$0 = (m_1 + m_2 + m_3)x_3 + m_1 r\sin(\pi t) - m_2 R\sin(\frac{\pi t}{2}). \qquad \text{(Д 2.4)}$$

Отсюда получаем зависимость от времени координаты x_3.

Ответ: $x_3 = 0{,}046\left[8\sin(\frac{\pi t}{2}) - 3\sin(\pi t)\right]$ *м*, где *t* –в секундах.

б) Определение реакции N. Для определения $N = f(t)$ составим дифференциальное уравнение движения центра масс системы в проекции на вертикальную ось *y* (см. рис. Д 2.1):

$$M\ddot{y}_C = \sum F_{ky}^{e},\ M\ddot{y}_C = N - P_1 - P_2 - P_3. \qquad \text{(Д 2.5)}$$

Отсюда получим, учтя, что $P_1 = m_1 g$, и.т.д.:

$$N = M\ddot{y}_C + (m_1 + m_2 + m_3)g. \qquad \text{(Д 2.6)}$$

По формуле определяющей ординату y_C центра масс системы,

$$My_C = m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3,$$

где

$$y_1 = H - r\cos\varphi_1,\ y_2 = H + R\sin\varphi_2,\ y_3 = H = OC_{30} = const$$

получим

$$My_C = (m_1 + m_2 + m_3)H - m_1 r\cos(\pi t) + m_2 R\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi t}{2}) \text{ или}$$

$$My_C = (m_1 + m_2 + m_3)H - m_1 r\cos(\pi t) + m_2 R\cos(\frac{\pi t}{2}).$$

Продифференцировав обе части этого равенства два раза по времени, найдем

$$M\dot{y}_C = m_1 r\pi\sin(\pi t) - m_2 R(\frac{\pi}{2})\sin(\frac{\pi t}{2});$$

$$M\ddot{y}_C = m_1 r\pi^2\cos(\pi t) - m_2 R(\frac{\pi^2}{4})\cos(\frac{\pi t}{2}).$$

Подставив это значение $M\ddot{y}_C$ в уравнение (Д 2.6), определим искомую зависимость N *от* t.

Ответ: $N = 254{,}8 + 1{,}2\pi^2\left[3\cos(\pi t) - 2\cos(\frac{\pi t}{2})\right]$, где t –в секундах, N – в ньютонах.

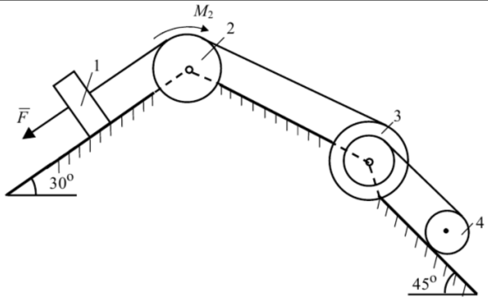
Задание Д-3. (применение теоремы об изменении кинетической энергии)

Механическая система (таблица Д 3.1) состоит из груза 1, шкивов 2 (рис. Д 3.0-Д 3.3) с радиусами R_2, ступенчатых шкивов 2 (рис. Д 3.4-Д 3.9) и 3 с радиусами R_2, r_2, R_3, r_3 и цилиндрического катка 4, соединенных друг с другом нерастяжимыми нитями, намотанными на шкивы. Система приходит в движение из состояния покоя под действием силы тяжести груза 1 и переменной силы $F = f(s)$, приложенной к грузу 1 и зависящей от его перемещения s. На шкивы 2 (рис. Д 3.0, Д 3.2, Д 3.4, Д 3.6, Д 3.8) и 3 (рис. Д 3.1, Д 3.3, Д 3.5, Д 3.7, Д 3.9) при движении действуют постоянные моменты сил сопротивления M_2 и M_3.

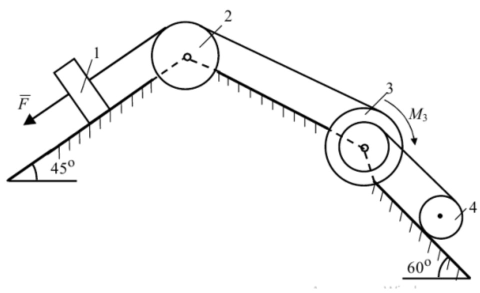
Учитывая трение скольжения тела 1 о плоскость с коэффициентом трения f = 0,1, моменты сопротивления шкивов и пренебрегая другими силами сопротивления, массами нитей, их проскальзыванием по шкивам, определить величины, указанные в столбце «Найти» таблицы Д 3.2, в момент, когда груз 1 переместится на расстояние $s = s_1$.
Массу каждого шкива считать равномерно распределенной по его внешнему ободу. Каток считать однородным круглым цилиндром. Необходимые данные берутся из таблицы Д 3.2.

Таблица Д 3.1

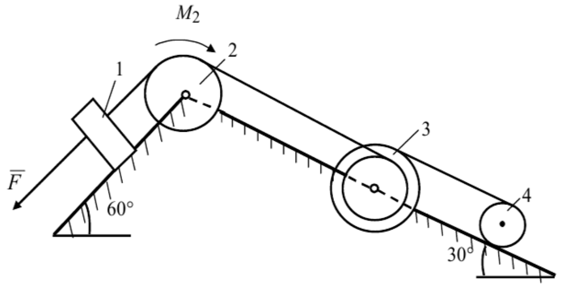
Варианты задания Д-3



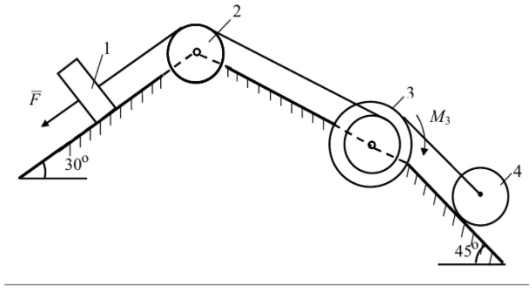
Д 3.0



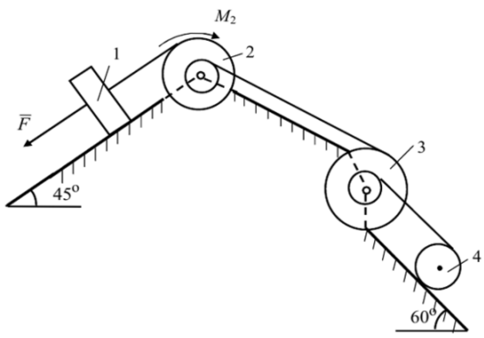
Д 3.1



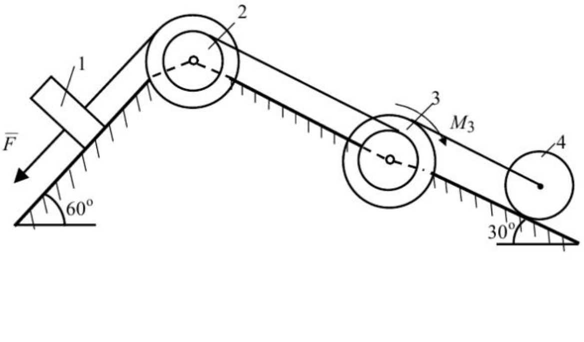
Д 3.2



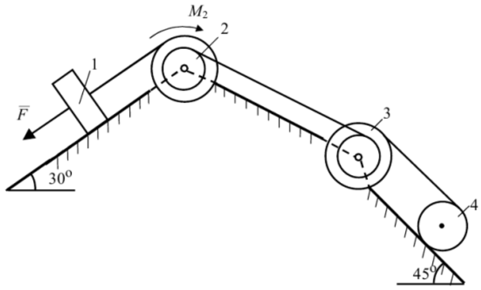
Д 3.3



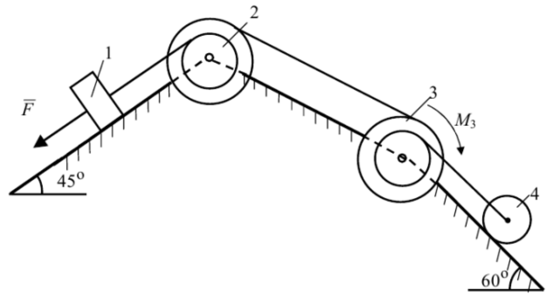
Д 3.4



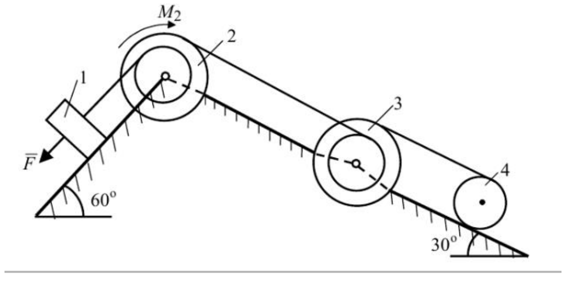
Д 3.5



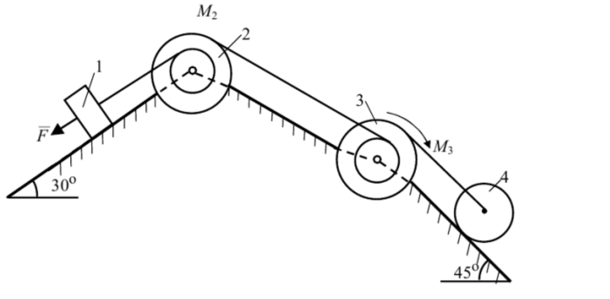
Д 3.6



Д 3.7



Д 3.8



Д 3.9

Таблица Д 3.2

Исходные данные для вариантов задания Д-3

№ усл.	m_1, *кг*	m_2, *кг*	m_3, *кг*	m_4, *кг*	M_2, *Н·м* (рис. 0,2,4,6,8)	M_3, *Н·м* (рис. 1,3,5,7,9)	$F = f(s)$, *Н*
0	10	8	4	2	0,2	0,1	10(1+2*s*)
1	12	10	6	4	0,25	0,15	15(2+3*s*)
2	14	12	8	6	0,3	0,2	45(3+4*s*)
3	16	14	10	8	0,35	0,25	10(5+6*s*)
4	18	16	12	10	0,4	0,3	45(1+2*s*)
5	20	18	14	12	0,45	0,35	50(2+3*s*)
6	22	20	16	14	0,5	0,4	40(3+4*s*)
7	24	22	18	16	0,55	0,45	45(4+5*s*)
8	26	24	20	18	0,6	0,5	20(5+6*s*)
9	28	26	22	20	0,65	0,55	50(6+7s)

Продолжение таблицы Д 3.2

№ усл.	R_2, *м*	r_2, *м* (рис. 4-9)	R_3, *м*	r_3, *м*	s_1, *м*	Найти
0	0,2	0,1	0,2	0,1	0,5	v_1
1	0,3	0,15	0,3	0,2	0,6	ω_2
2	0,6	0,2	0,2	0,1	0,7	ω_3
3	0,2	0,1	0,3	0,2	0,8	v_{C4}
4	0,3	0,15	0,2	0,1	0,9	ω_2
5	0,6	0,2	0,3	0,2	1,0	v_1
6	0,2	0,1	0,2	0,1	1,1	ω_2
7	0,3	0,15	0,3	0,2	1,2	ω_3

8	0,6	0,2	0,2	0,1	1,3	v_{C4}
9	0,2	0,1	0,3	0,2	1,4	ω_2

Пример выполнения задания Д-3

Механическая система (рис. Д 3) состоит из груза *1*, ступенчатых шкивов *2* и *3* с радиусами R_2, r_2, R_3, r_3 и цилиндрического катка *4*, соединенных друг с другом нерастяжимыми нитями, намотанными на шкивы. Система приходит в движение из состояния покоя под действием силы тяжести груза *1* и переменной силы $F = f(s)$, приложенной к грузу *1* и зависящей от его перемещения s. На шкивы *2* и *3* при движении действуют постоянные моменты сил сопротивления M_2 и M_3. Учитывая трение скольжения тела *1* о плоскость с соответствующим коэффициентом трения f, моменты сил сопротивления шкивов и пренебрегая другими силами сопротивления, массами нитей, их проскальзыванием по шкивам, определить скорость груза V_1, когда он переместится на расстояние $s = s_1$. Массу каждого шкива считать равномерно распределенной по его внешнему ободу. Каток считать однородным круглым цилиндром.

Дано: $m_1 = 10$ *кг*, $m_2 = 12$ *кг*, $m_3 = 10$ *кг*, $m_4 = 5$ *кг*, $R_2 = 0{,}3$ *м*, $r_2 = 0{,}1$ *м*, $R_3 = 0{,}4$ *м*, $r_3 = 0{,}2$ *м*, $f = 0{,}1$, $M_2 = 0{,}5$ *Н·м*, $M_3 = 0{,}3$ *Н·м*, $F = 10\,(1 + 3s)$ *Н*, $s_1 = 1{,}5$ *м*, $\alpha = 45°$, $\beta = 60°$.

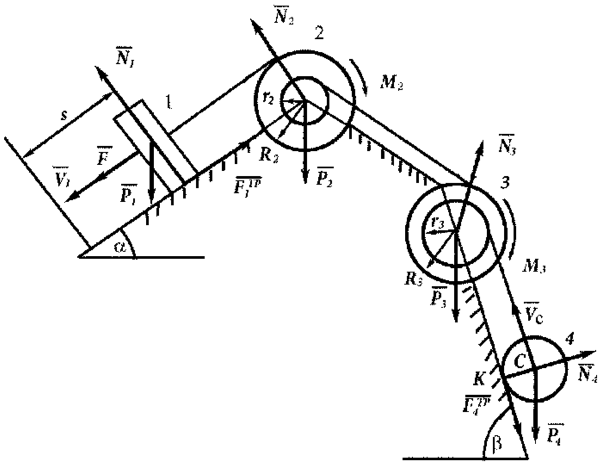


Рис. Д 3. Начальное положение механическая системы

Решение. На рис. Д 3 механическая система показана в начальном положении. На систему действуют внешние силы: силы тяжести $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3, \bar{P}_4$, переменная сила $\bar{F}$, моменты сил сопротивления M_2 и M_3, реакции $\bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{N}_3, \bar{N}_4$ и силы трения $\bar{F}_1^{TP}, \bar{F}_4^{TP}$.

Запишем теорему об изменении кинетической энергии системы:

$$T - T_0 = A^i + A^e,$$

где T_0 и T – кинетические энергии системы в начальном и конечном положениях.

Так как в начальный момент система находилась в покое, то $T_0 = 0$.

Рассматриваемаясистема состоит из абсолютно твердых тел, соединенных нерастяжимыми нитями,поэтому $A^i = 0$.

Следовательно, имеем

$$\begin{aligned} T = A(\bar{P}_1) + A(\bar{P}_2) + A(\bar{P}_3) + A(\bar{P}_4) + A(\bar{N}_1) + \\ + A(\bar{N}_2) + A(\bar{N}_3) + A(\bar{N}_4) + A(\bar{F}) + A(\bar{F}_1^{TP}) + A(\bar{F}_4^{TP}) \end{aligned}. \qquad (Д\ 3.1)$$

Величина кинетической энергии *T* равна сумме кинетических энергий всех тел системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4. \qquad (Д\ 3.2)$$

Кинетическая энергия груза *1*, движущегося поступательно, определяется по формуле (Д 3.3):

$$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}. \qquad (Д\ 3.3)$$

Кинетическая энергия шкива *2*, вращающегося вокруг неподвижной оси, определяется по формуле (Д 3.4):

$$T_2 = \frac{I_2 \omega_2^2}{2}, \qquad (Д\ 3.4)$$

где угловую скорость шкива ω_2 необходимо выразить через искомую скорость v_1: $\omega_2 = \dfrac{v_1}{R_2}$. Учитывая, что момент инерции шкива с распределенной по ободу массой относительно оси вращения определяется по формуле для тонкого однородного кольца $I_2 = m_2 R_2^2$, имеем

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 R_2^2 \cdot \frac{v_1^2}{R_2^2} = \frac{1}{2} m_2 v_1^2. \qquad (Д\ 3.5)$$

Кинетическая энергия шкива *3* также определяется по формуле (Д 3.4):

$$T_3 = \frac{I_3 \omega_3^2}{2},$$

где

$$\omega_3 = \frac{\omega_2 r_2}{R_3} = \frac{v_1 r_2}{R_2 R_3},\ I_3 = m_3 R_3^2.$$

Следовательно,

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 \frac{r_2^2}{R_2^2} \cdot v_1^2. \tag{Д 3.6}$$

Кинетическую энергию катка *4*, совершающего плоскопараллельное движение, определим по формуле Кенига (Д 3.7):

$$T_4 = \frac{1}{2} m_4 v_C^2 + \frac{I_4 \omega_4^2}{2}, \tag{Д 3.7}$$

где момент инерции катка *4* относительно оси, проходящей через его центр масс, вычисляется по формуле для однородного цилиндра $I_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2}$.

В формуле радиус катка обозначен R_4. Скорость центра масс катка $v_C = \omega_3 \cdot r_3 = \frac{r_2 \cdot r_3}{R_2 R_3} v_1$. Учитывая, что каток катится без проскальзывания, имея мгновенный центр скорости в точке*K*, выразим угловую скорость катка через скорость груза V_1:

$$\omega_4 = \frac{v_C}{R_4} = \frac{r_2 \cdot r_3}{R_2 R_3 R_4} v_1.$$

Тогда

$$T_4 = \frac{1}{2} m_4 \left(\frac{r_2 \cdot r_3}{R_2 R_3} \right)^2 v_1^2 + \frac{1}{2} \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{r_2 \cdot r_3}{R_2 R_3 R_4} \right)^2 v_1^2 = \frac{3}{4} m_4 \left(\frac{r_2 \cdot r_3}{R_2 R_3} \right)^2 v_1^2. \tag{Д 3.8}$$

Подставляя выражения (Д 3.3), (Д 3.5), (Д 3.6), (Д 3.8) в равенство (Д 3.2), получим выражение кинетической энергии системы в конечном положении, когда груз *1* переместится на расстояние s_1, имея в этот момент скорость v_1:

$$T = \left[\frac{1}{2} m_1 + \frac{1}{2} m_2 + \frac{1}{2} m_3 \left(\frac{r_2}{R_2} \right)^2 + \frac{3}{4} m_4 \left(\frac{r_2 \cdot r_3}{R_2 R_3} \right)^2 \right] v_1^2. \tag{Д 3.9}$$

Подставляя в (Д 3.9) числовые значения, имеем

$$T = 11{,}66 v_1^2. \tag{Д 3.10}$$

Найдем сумму работ всех внешних сил системы на ее перемещении, выражая перемещения системы через перемещение s_1 груза *1*. При этом зависимости между перемещениями в задаче будут такими же, как между соответствующими скоростями:

$$\varphi_2 = \frac{s_1}{R_2},\ \varphi_3 = \frac{r_2}{R_2 R_3}\cdot s_1,\ s_4 = \frac{r_2\cdot r_3}{R_2 R_3}\cdot s_1$$

Работу сил тяжести $\bar{P}_1$ и $\bar{P}_4$ определим по формулам (Д 3.11) и (Д 3.12):

$$A(\bar{P}_1) = m_1 g s_1 \sin 45^\circ, \qquad \text{(Д 3.11)}$$

$$A(\bar{P}_4) = -m_4 g s_4 \sin 60^\circ = -m_4 g \frac{r_2 r_3}{R_2 R_3} s_1 \sin 60^\circ. \qquad \text{(Д 3.12)}$$

$A(\bar{P}_2) = 0$, $A(\bar{P}_3) = 0$, так как силы тяжести $\bar{P}_2$ и $\bar{P}_3$ приложены к неподвижным точкам. По этой же причине $A(\bar{N}_2) = 0$, $A(\bar{N}_3) = 0$; $A(\bar{N}_1) = 0$, так как сила $\bar{N}_1$ перпендикулярна перемещению; $A(\bar{N}_4) = 0$, $A(\bar{F}_4^{TP}) = 0$, так как силы $\bar{N}_4$ и $\bar{F}_4^{TP}$ приложены в мгновенном центре скоростейK катка ($v_K = 0$).

Работу переменной силы $\bar{F}$ вычислим по формуле

$$A(\bar{F}) = \int_0^{s_1} F(s)ds = \int_0^{s_1} 10(1+3s)ds = (10s + 15s^2)\Big|_0^{s_1} = 10s_1 + 15s_1^2. \qquad \text{(Д 3.13)}$$

Работу постоянных моментов M_2 и M_3 вычислим по формуле (Д 3.14) и (Д 3.15):

$$A(M_2) = -M_2\cdot\varphi_2 = -M_2\frac{s_1}{R_2}, \qquad \text{(Д 3.14)}$$

$$A(M_3) = -M_3\cdot\varphi_3 = -M_3\frac{r_2}{R_2 R_3}s_1. \qquad \text{(Д 3.15)}$$

Работу силы трения $\bar{F}_1^{TP}$ определим по формуле (Д 3.16), учитывая, что

$N_1 = m_1 g\cos 45^\circ$:

$$A(\bar{F}_1^{TP}) = -\bar{F}_1^{TP} s_1 = -fN_1 s_1 = -fm_1 g\cos 45^\circ s_1. \qquad \text{(Д 3.16)}$$

Складывая выражения работ всех внешних сил (Д3.11)–(Д 3.16) и подставляя числовые значения всех величин, получим

$$\begin{aligned} A^e = 10 + m_1 g\sin 45^\circ - m_4 g\frac{r_2 r_3}{R_3 R_3}\sin 60^\circ - \\ -\frac{M_2}{R_2} - \frac{M_3 r_2}{R_2 R_3} - fm_1 g\cos 45^\circ)s_1 + 15s_1^2 \end{aligned}. \qquad \text{(Д 3.17)}$$

Подставляя выражения (Д 3.10) и (Д 3.17) в равенство (Д 3.1), имеем

$$11,66v_1^2 = 63,38s_1 + 15s_1^2.$$

Откуда определяем скорость груза $v_1 = 3,32$ *м/с* при $s_1 = 1,5$ *м*.

Ответ: $v_1 = 3,32$ *м/с*.

4. Вопросы к экзамену:

1. Основные понятия, аксиомы статики.
2. Разложение силы на составляющие; проекции силы на оси, на плоскость.
3. Несвободное тело. Принцип освобождаемости от связей. Виды связей и их реакции.
4. Приведение сходящихся сил к равнодействующей, условия их равновесия.
5. Сложение параллельных сил, пара сил.
6. Момент силы, аналитическое выражение момента силы относительно декартовых осей.
7. Главный момент системы сил. Момент пары.
8. Лемма Пуансо о переносе силы. Приведение системы сил к главному вектору и главному моменту.
9. Условия равновесия произвольной системы сил.
10. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей и её следствия. Условия равновесия плоской системы сил.
11. Устойчивость при равновесии. Трение скольжения, качения, верчения.
12. Правило вычисления момента силы относительно оси.
13. Равновесие пространственных систем сил.
14. Три способа задания движения.
15. Скорость точки и при координатном и естественном способах задания движения.
16. Вектор ускорения, разложение его на декартовы и естественные оси.
17. Поступательное движение твёрдого тела.
18. Вращение тела вокруг неподвижной оси. Скорости и ускорения точек вращающегося тела.
19. Плоское движение твёрдого тела.
20. Теорема о существовании МЦС, способы его определения.
21. Ускорение точки в плоском движении.
22. Сложное движение точки. Теорема о сложении переносной и относительной скоростей.
23. Составное движение твёрдого тела. Сложение вращений относительно пересекающихся и параллельных осей.
24. Теорема о равенстве проекций скоростей точек тела на прямую, проходящую через эти точки.
25. Дифференциальное уравнение движения материальной точки.

26. Свободные колебания, учёт сопротивления среды, вынужденные колебания.
27. Резонанс, способы его устранения.
28. Динамика относительного движения, принцип относительности в классической механике.
29. Общие теоремы динамики механической системы.
30. Центр масс. Классификация сил, действующих на точки механической системы.
31. Теорема о движении центра масс. Закон сохранения движения центра масс.
32. Теорема об изменении количества движения механической системы.
33. Закон сохранения количества движения.
34. Теорема об изменении кинетического момента и закон его сохранения.
35. Дифференциальное уравнение вращательного движения тела.
36. Осевые моменты инерции твёрдого тела.
37. Теорема Гюйгенса о моментах инерции относительно параллельных осей.
38. Работа силы, работа момента пары. Мощность. КПД.
39. Теорема Кёнига о кинетической энергии механической системы.
40. Теорема об изменении кинетической энергии в дифференциальной и интегральной формах.
41. Принцип возможных перемещений.
42. Главный вектор и главный момент сил инерции. Принцип Даламбера.

Критерии оценки знаний студентов на экзамене:

– отметка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

– отметка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

– отметка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, демонстрирует недостаточно систематизированы теоретические знания программного материала, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

– отметка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки при его изложении, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы.

5. Литература

Список основной литературы

1. Мкртычев, О. В. Теоретическая механика: учебник / О.В. Мкртычев. — Москва: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2019. — 359 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — www.dx.doi.org/10.12737/textbook_59d71fe9ac68f2.88299087. - ISBN 978-5-16-106368-2. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1039251
2. Теоретическая механика: Учебник / В.Л. Цывильский. - 4-е изд., перераб. и доп. - М.: КУРС: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 368 с.
3. Теоретическая механика. Сборник задач: Учебное пособие / М.Н. Кирсанов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 430 с.

Список дополнительной литературы

4. Теоретическая механика. Сборник задач: Учебное пособие / М.Н. Кирсанов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 430 с.(ЭБС «Инфра - М»)
5. Решения задач по теоретической механике: Учебное пособие / М.Н. Кирсанов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 216 с.(ЭБС «Инфра - М»)
6. Теоретическая механика. Часть 2. Динамика, аналитическая механика/ КрамаренкоН.В. - Новосиб.: НГТУ, 2013. - 120 с.
7. Теоретическая механика. Часть 1. Статика, кинематика/КрамаренкоН.В. - Новосиб.: НГТУ, 2012. - 83 с.
8. Решения задач по теоретической механике: Учебное пособие / М.Н. Кирсанов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 216 с.