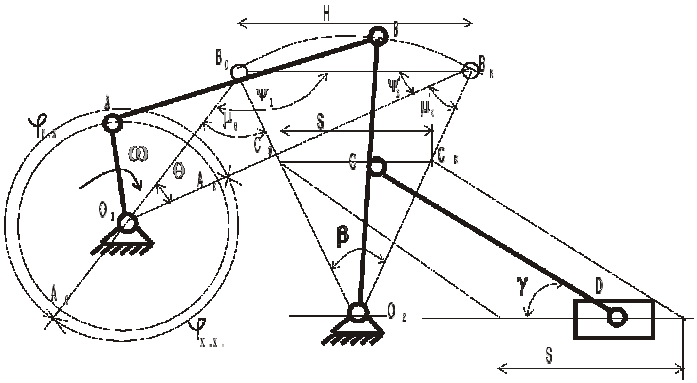
Кафедра теоретической и прикладной механики

ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ

Инженерный институт

# ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

**Задания и методические указания к расчетно-графической работе**




НОВОСИБИРСК 2020

Кафедра теоретической и прикладной механики

Теория механизмов и машин: задания и методические указания к расчетно-графической работе / Новосиб. гос. аграр. ун-т. Инженер. ин-т; сост.: С.А. Булгаков, Е.А. Пшенов, И.В. Тихонкин, – Новосибирск, 2020. – 68 с.

Методическая разработка содержит задания и методические указания для выполнения расчетно-графической работы по теории механизмов и машин. Каждая задача сопровождается примером решения и методическими указаниями по её выполнению. Содержание работы включает восемь задач, охватывающие основные разделы курса: структурное, кинематическое, силовое и динамическое исследование механизмов.

Методические указания предназначены для студентов всех направлений подготовки Инженерного института очной и заочной форм обучения (Агроинженерия, Технология транспортных процессов, Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, Профессиональное обучение (по отраслям), Техносферная безопасность) а также студентам, обучающимся по инженерным направлениям подготовки

Утверждены и рекомендованы к переизданию с исправлениями и дополнениями методическим советом Инженерного института (протокол № 2 от 15 сентября 2020 г.).

© Новосибирский государственный
аграрный университет, 2020

## ВВЕДЕНИЕ

Для эффективной эксплуатации сложного современного оборудования, применяемого в различных технологических процессах промышленности, бакалавр-инженер должен хорошо знать основные виды и свойства отдельных механизмов, а также их взаимодействие в машине, уметь проектировать оптимальные варианты составных частей агрегатов машины в целом и выполнять прочностные расчёты отдельных элементов и деталей машины. Самостоятельное решение задач, поставленных в расчетно-графической работе, закрепляет теоретические знания и способствует лучшему усвоению дисциплины и использованию теории на практике.

## 1 Оформление расчетно-графической работы

Расчетно-графическая работа состоит из пояснительной записки и графической части.

Графические построения по каждому разделу расчетно-графической работы выполняют с помощью чертёжных инструментов карандашом на отдельном листе чертёжной бумаги стандартного формата А3 (420х297 мм) в соответствии с требованиями ГОСТ ЕСКД, либо с использованием САПР. На каждом листе выполняют основную надпись по форме 1, представленную на рисунке 1.

Пояснительная записка должна быть оформлена в соответствии с ГОСТ 2.105-79 «Общие требования к текстовым документам» и должна содержать исходные данные к каждому разделу расчетно-графической работы, краткие пояснения к расчётам и построениям. Все необходимые для расчёта уравнения следует записать сначала в общем, буквенном виде, а затем записать подставляемые числовые значения и привести конечный результат с указанием размерности. На каждом листе пояснительной записки изображают рамку и основную надпись. На первой странице текста выполняется основная надпись по форме 2, и на всех остальных страницах – по форме 2а. Формы 2 и 2а представлены на рисунках 2 и 3. Пояснительную записку необходимо снабдить титульным листом по установленной форме, изображённой на рисунке 4, и сшить.

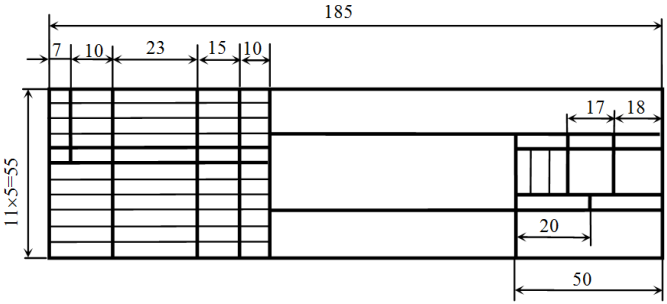



*Рисунок 1 - Основная надпись для чертежей и схем (форма 1)*

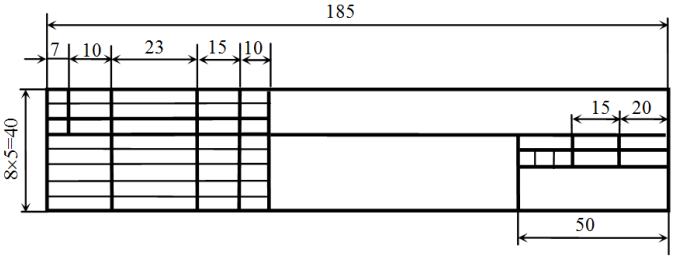



*Рисунок 2 - Основная надпись для первого или заглавного листа текстовых конструкторских документов (форма 2)*

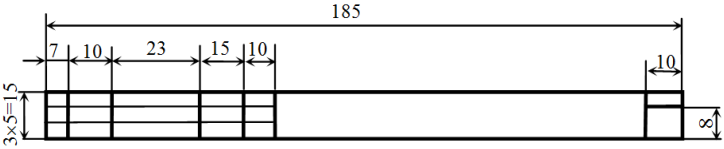



*Рисунок 3 - Основная надпись для последующих листов текстовых конструкторских документов (форма 2а)*

***НГАУ***
***ИНЖЕНЕРНЫЙ ИНСТИТУТ***

**Кафедра теоретической и прикладной механики**

***РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА***
**по теории механизмов и машин**

**Выполнил студент**
**_____**
**Группа: ____**
**№ зачётной книжки**

**Проверил:**
**_____**

***Новосибирск 202_***

*Рисунок 4 - Титульный лист расчетно-графической работы*

## Задача 1. Структурный анализ механизмов

**Исходные данные:**

• Структурная схема пространственного механизма манипулятора, изображенная на рисунке 3;

• Структурная схема плоского рычажного механизма, изображенная на рисунке 4.

**Необходимо выполнить следующее**:

1. Для пространственного механизма манипулятора:

• изобразить структурную схему механизма без соблюдения масштаба, пронумеровать все звенья (стойку обозначить цифрой 0);

• составить таблицу кинематических пар с указанием номеров звеньев, образующих каждую пару, названия каждой пары и числа степеней свободы;

• найти число степеней свободы механизма по формуле А.П. Малышева.

2. Для плоского рычажного механизма:

• ознакомиться с заданной схемой механизма, выявить стойку, входное, выходное и промежуточные звенья. Изобразить структурную схему механизма без соблюдения масштаба, пронумеровать все звенья (стойку обозначить цифрой 0), обозначить все кинематические пары прописными буквами (О, А, В, С…);

• установить виды движения звеньев относительно стойки (абсолютные) и виды движения относительно друг друга. Составить таблицу кинематических пар с указанием номеров звеньев, образующих каждую пару, названия каждой пары и числом степеней свободы;

• найти число степеней свободы механизма по формуле П.Л. Чебышева;

• выделить начальное звено 1 и стойку 0, изобразив их отдельно;

• оставшуюся кинематическую цепь разложить на структурные группы (группы Ассура), изобразив их отдельно. Указать класс и вид каждой структурной группы.

Варианты структурных схем механизмов на рисунках 3 и 4 выбирают по последней цифре шифра (номера зачётной книжки).

Пример решения задачи 1 представлен на рисунке 5.

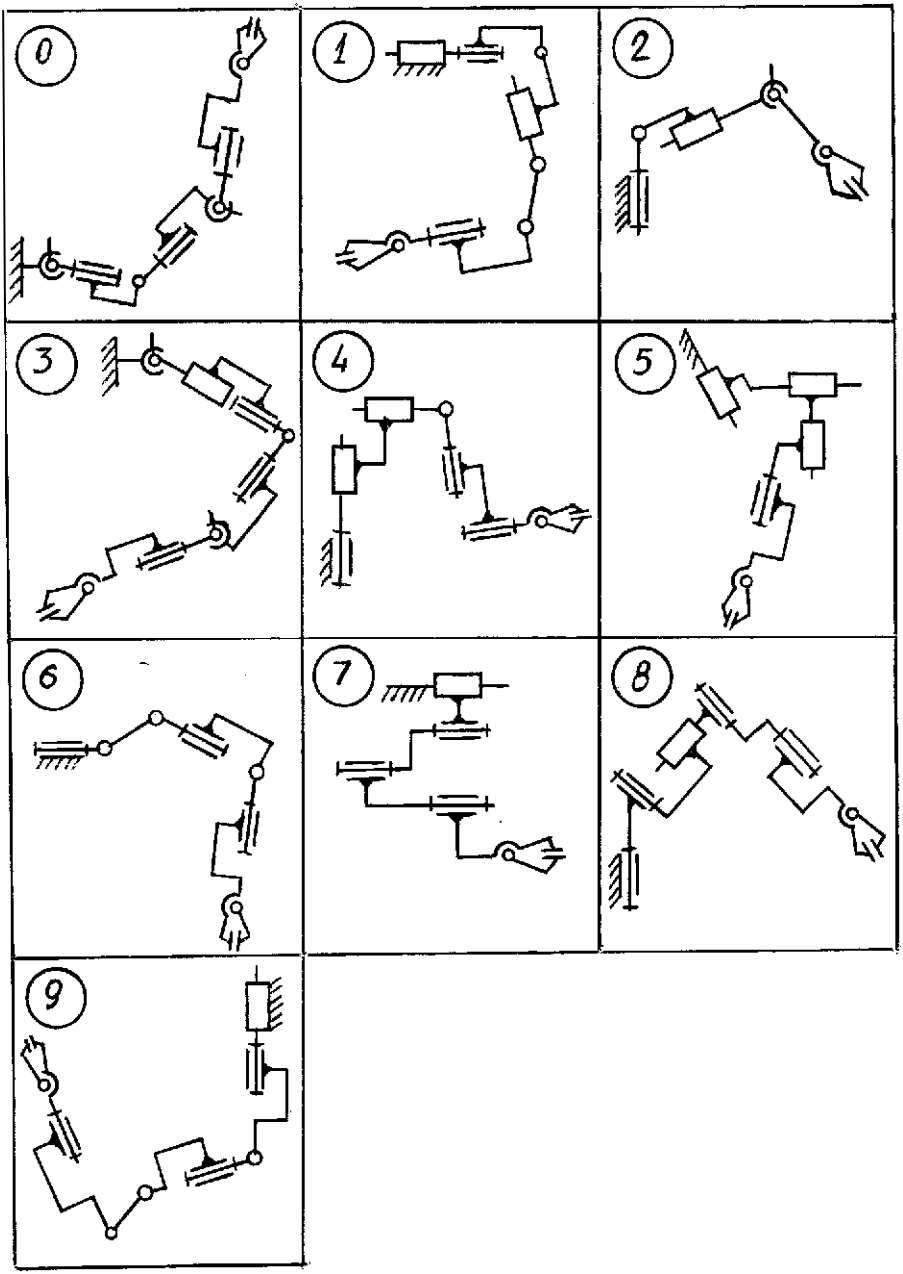



Рисунок 3 – Структурные схемы механизмов манипуляторов к задаче 1

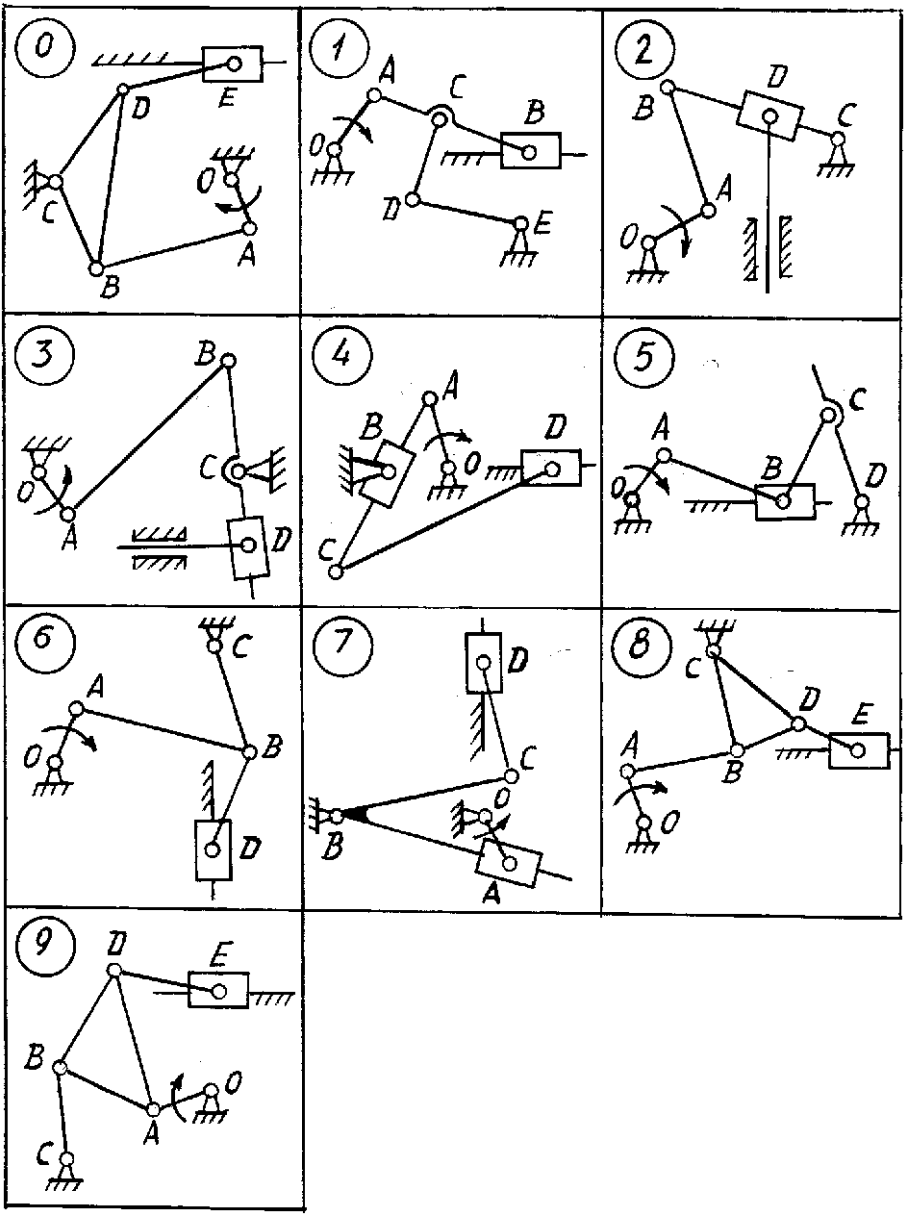



Рисунок 4 – Структурные схемы плоских рычажных механизмов к задаче 1

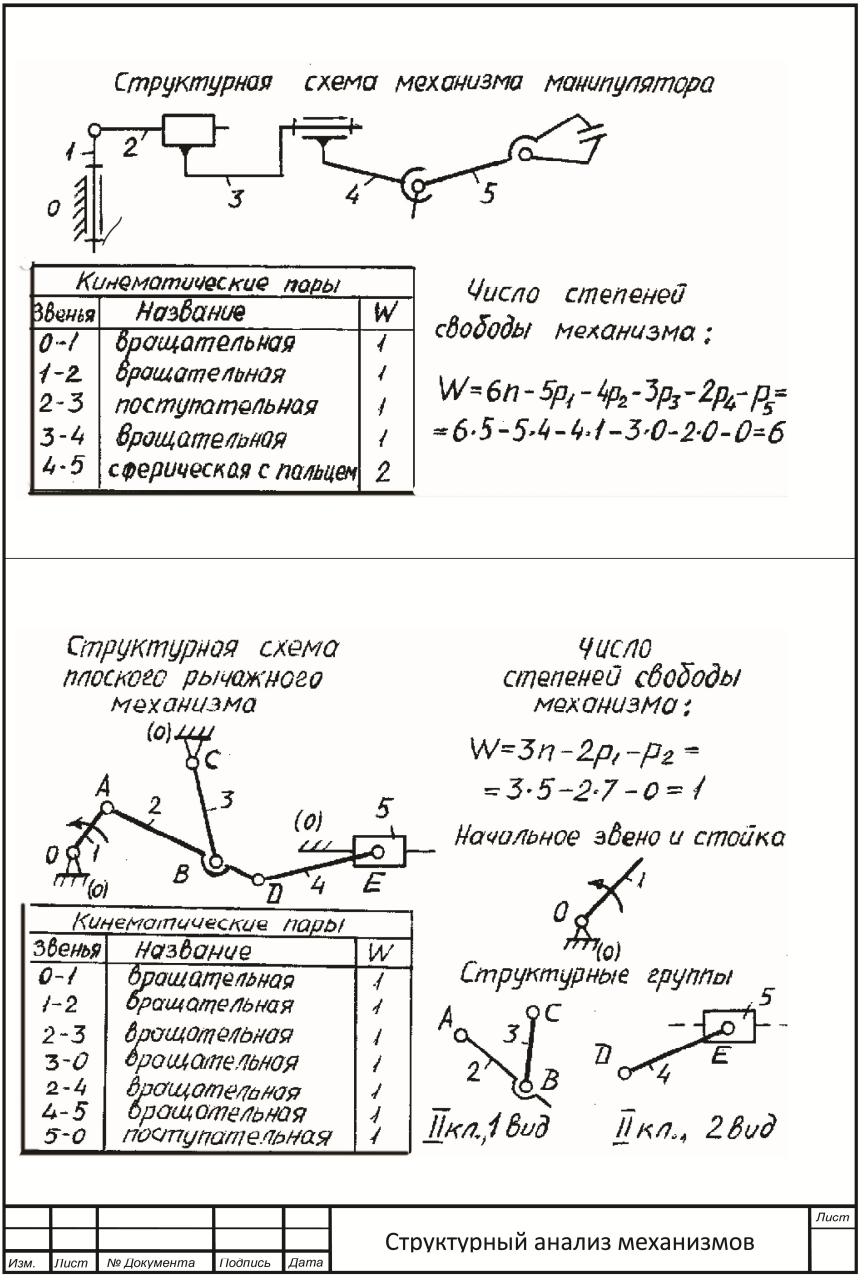



Рисунок 5 – Пример решения задачи 1

## Методические указания к выполнению задачи 1

*Звено механизма* - твердое тело, входящее в состав механизма. Звено может содержать одну или несколько деталей, соединенных жестко между собой.

*Стойка* - неподвижное звено механизма.

*Входное звено* - звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения других звеньев.

*Выходное звено* - звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм.

*Кинематическая пара* - соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение.

*Элемент кинематической пары* - совокупность поверхностей, линий и отдельных точек звена, по которым оно соприкасается с другим звеном.

В *высших кинематических парах* элементом соприкосновения является линия или точка.

В *низших кинематических парах* элементом соприкосновения является поверхность.

*Числом степеней свободы* механической системы называется число независимых параметров, определяющих положение системы.

По числу степеней свободы в относительном движении звеньев кинематические пары делятся на одно-, двух-, трех-, четырех- и пятиподвижные, которые налагают на относительное движение звеньев соответственно пять, четыре, три, две и одну связь. Изображения и характеристики некоторых кинематических пар приведены в таблице 1.

В *плоских механизмах* траектории движения точек всех звеньев находятся в параллельных плоскостях. В противном случае механизм является *пространственным*.

Число степеней свободы пространственного механизма без избыточных связей определяют по формуле А.П. Малышева:

$$W = 6 \cdot n - 5 \cdot p_1 - 4 \cdot p_2 - 3 \cdot p_3 - 2 \cdot p_4 - p_5,$$

где $n$ – число подвижных звеньев,

$p_1$ - число одноподвижных кинематических пар,

$p_2$ - число двухподвижных кинематических пар,

$p_3$ - число трёхподвижных кинематических пар,

$p_4$ - число четырёхподвижных кинематических пар,

$p_5$ - число пятиподвижных кинематических пар.

Число степеней свободы плоского механизма определяют по формуле П.Л. Чебышева:

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_1 - p_2,$$

*Рычажные механизмы* содержат только низшие кинематические пары.

Таблица 1 – Виды кинематических пар

| Название | Конструктивное изображение | Условное изображение | Число степеней свободы | Число связей |
|---|---|---|---|---|
| Поступательная | | | 1 | 5 |
| Вращательная | | | 1 | 5 |
| Цилиндрическая | | | 2 | 4 |
| Сферическая | | | 3 | 3 |
| Цилиндр - плоскость | | | 4 | 2 |
| Шар-плоскость | | | 5 | 1 |

В состав рычажных механизмов могут входить следующие звенья.

*Кривошип* - звено, которое может совершать полный оборот вокруг стойки.

*Коромысло* - звено, образующее вращательную пару со стойкой и не способное проворачиваться на полный оборот.

*Шатун* - звено, не входящее в кинематическую пару со стойкой.

*Ползун* - звено, образующее поступательную пару со стойкой.

При изображении механизма на чертеже применяют *структурную схему* с использованием условных изображений звеньев без соблюдения их размеров и *кинематическую схему* с соблюдением размеров звеньев, необходимых для кинематического исследования. На рисунке 6 приведён пример структурной схемы механизма качающегося конвейера с указанием названий звеньев.

*Обобщенными координатами* механизма называют независимые между собой координаты (угловые или линейные), определяющие положения всех звеньев механизма относительно стойки.

*Начальным звеном* механизма называется звено, которому приписывается одна или несколько обобщенных координат.

*Структурной группой (группой Ассура)* называется элементарная кинематическая цепь, число степеней свободы которой относительно элементов её внешних кинематических пар равно нулю.

**Образование сложных плоских рычажных механизмов осуществляется путем присоединения к начальному звену и стойке одной или нескольких структурных групп (принцип Ассура).**

Структурные группы делятся между собой на *классы*. В таблице 2 показаны пять видов структурной группы второго класса и некоторые виды структурных групп третьего и четвертого классов.

*Класс механизма* определяется наивысшим классом структурной группы, входящей в его состав.

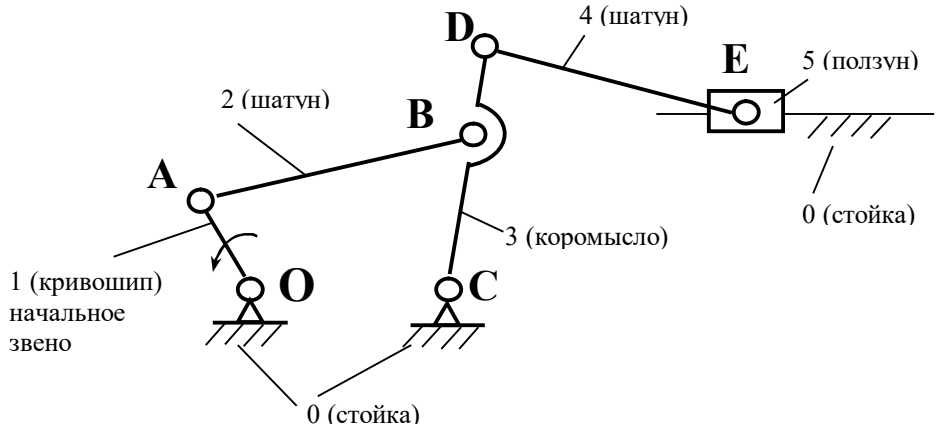
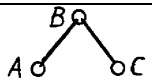
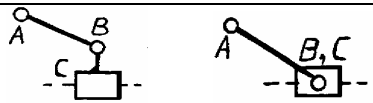
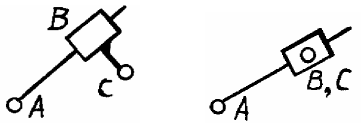
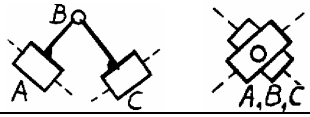
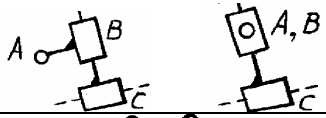



Рисунок 6 – Механизм качающегося конвейера

Таблица 2 - Классификация структурных групп

| Класс | Вид | Схема | Число звеньев | Число пар |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 |  | 2 | 3 |
| | 2 |  | 2 | 3 |
| | 3 |  | 2 | 3 |
| | 4 |  | 2 | 3 |
| | 5 |  | 2 | 3 |
| 3 | 111 | | 4 | 6 |
| | 112 | | 4 | 6 |
| 4 | В2-2В | | 4 | 6 |
| | В2-2П | | 4 | 6 |

## Задача 2. Кинематический анализ плоского рычажного механизма

**Исходные данные**:

- структурная схема плоского рычажного механизма, изображённая на рисунке 7;
- размеры звеньев механизма, выраженные через параметр *a*;
- угол $\varphi_1$, определяющий положение начального звена;
- угловая скорость $\omega_1$ начального звена ОА.

Вариант структурной схемы механизма выбирают по последней цифре шифра.

Варианты числовых значений *a,* $\varphi_1$ и $\omega_1$ представлены в таблице 3.

**Необходимо выполнить следующее**:

1. Построить планы положений, скоростей и ускорений механизма;
2. Определить величины скоростей и ускорений всех точек, отмеченных на схеме механизма;
3. Определить величины и направления угловых скоростей и ускорений всех звеньев механизма.

Таблица 3 – Кинематические параметры плоских рычажных механизмов

| Параметры | Варианты числовых значений (предпоследняя цифра шифра) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| *a*, м | 0,10 | 0,11 | 0,12 | 0,13 | 0,14 | 0,15 | 0,16 | 0,17 | 0,18 | 0,19 |
| $\varphi_1$, град | 30 | 45 | 60 | 30 | 45 | 60 | 30 | 45 | 60 | 30 |
| $\omega_1$, рад / с | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |

Пример решения задачи 2 представлен на рисунках 8 и 9.

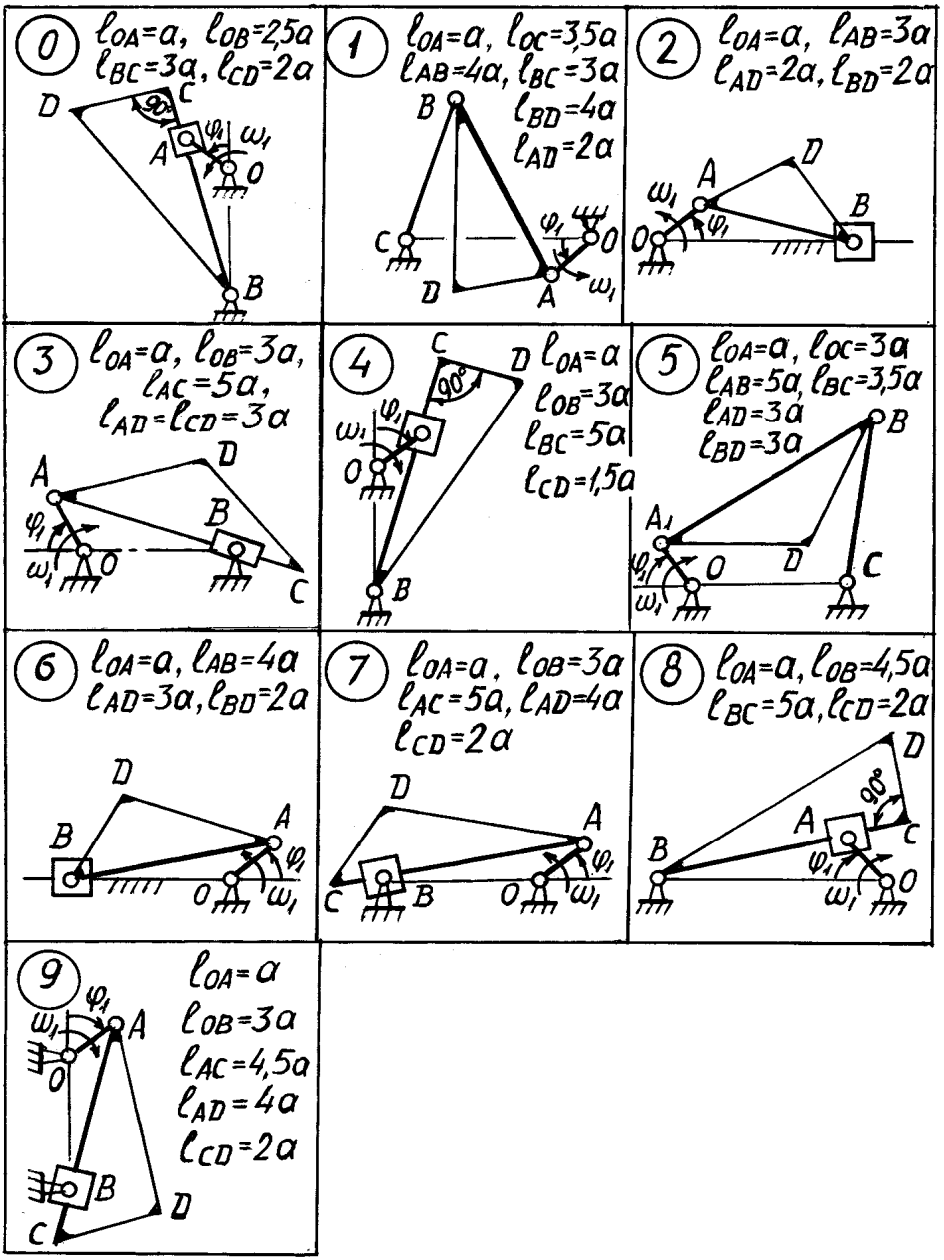



Рисунок 7 – Схемы механизмов к задаче 2

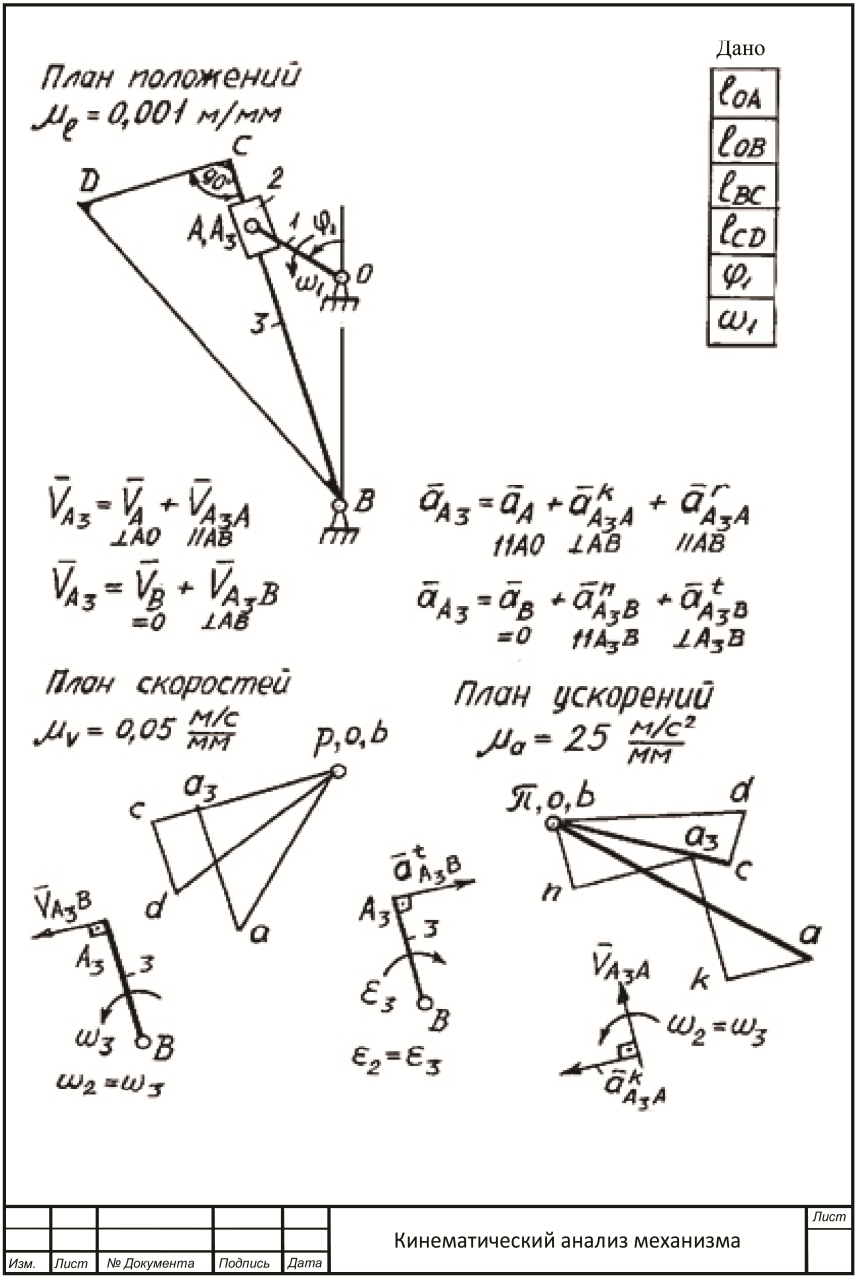



Рисунок 8 – Пример решения задачи 2

***План положений***: $\mu_l = 0,002$ м/мм,

$OA = l_{OA} / \mu_l = 0,04 / 0,002 = 20$ мм,

$OB = l_{OB} / \mu_l = 0,1 / 0,002 = 50$ мм,

$BC = l_{BC} / \mu_l = 0,16 / 0,002 = 80$ мм,

$CD = l_{CD} / \mu_l = 0,05 / 0,002 = 25$ мм,

$l_{A3B} = A_3B \cdot \mu_l = 60 \cdot 0,002 = 0,12$ м.

***План скоростей:*** $V_A = l_{OA} \cdot \omega_1 = 0,04 \cdot 25 = 1$ м/с, $\mu_V = 0,02 \dfrac{м/с}{мм}$.

$pa = V_A / \mu_V = 1 / 0,02 = 50$ мм,

$V_{A3} = V_{A3B} = pa_3 \cdot \mu_V = 35 \cdot 0,02 = 0,7$ м/с,

$V_{A3A} = aa_3 \cdot \mu_V = 36 \cdot 0,02 = 0,72$ м/с,

$A_3B / BC = ba_3 / bc, \Rightarrow bc = BC \cdot ba_3 / A_3B = 80 \cdot 35 / 60 = 47$ мм,

$\omega_3 = \omega_2 = V_{A3B} / l_{A3B} = 0,7 / 0,12 = 5,8$ рад/с.

***План ускорений:*** $a_A = a^n_A = l_{OA} \cdot \omega^2_1 = 0,04 \cdot 25^2 = 25$ м/с$^2$,

$\mu_a = 0,4 \dfrac{м/с^2}{мм}$. $\pi a = a_A / \mu_a = 25 / 0,4 = 62,5$ мм,

$a^K_{A3A} = 2 \cdot \omega_2 \cdot V_{A3A} = 2 \cdot 5,8 \cdot 0,72 = 8,4$ м/с$^2$,

$ак = a^K_{A3A} / \mu_a = 8,4 / 0,4 = 21$ мм,

$a^n_{A3B} = V^2_{A3B} / l_{A3B} = 0,7^2 / 0,12 = 4$ м/с$^2$,

$bn = a^n_{A3B} / \mu_a = 4 / 0,4 = 10$ мм,

$a_{A3} = \pi a_3 \cdot \mu_a = 26 \cdot 0,4 = 10,4$ м/с$^2$,

$A_3B / BC = ba_3 / bc, \Rightarrow bc = BC \cdot ba_3 / A_3B = 80 \cdot 26 / 60 = 35$ мм,

$a^t_{A3B} = na_3 \cdot \mu_a = 24 \cdot 0,4 = 9,6$ м/с$^2$,

$\varepsilon_3 = \varepsilon_2 = a^t_{A3B} / l_{A3B} = 9,6 / 0,12 = 80$ рад/с$^2$.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | Кинематический анализ механизма | Лист |
| Изм. | Лист | № Документа | Подпись | Дата | | |

Рисунок 9 - Пример решения задачи 2 (продолжение)

## Методические указания к выполнению задачи 2

Рассмотрим уравнения, связывающие скорости, а также ускорения точек звеньев плоского рычажного механизма для двух случаев.

*Случай 1.* Две точки А и В принадлежат одному звену и лежат на расстоянии $l_{AB}$ друг от друга, как это показано на рисунке 10.

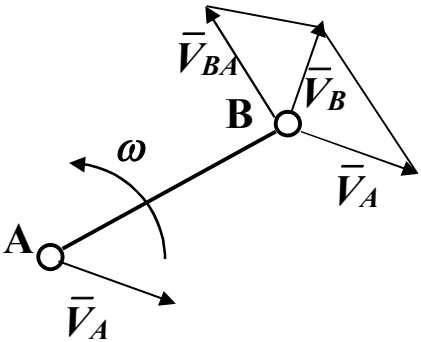



Рисунок 10 - Скорости точек А и В одного звена

Движение звена АВ можно разложить на переносное поступательное движение вместе с точкой А и относительное вращение звена вокруг точки А. Тогда скорость точки В можно определить векторной суммой:

$$\bar{V}_B = \bar{V}_A + \underset{\perp AB}{\bar{V}_{BA}},$$

где $\bar{V}_A$ – скорость точки А в переносном поступательном движении звена,

$\bar{V}_{BA}$ – скорость точки В при вращении звена вокруг точки А (направлена перпендикулярно АВ).

Ускорение точки В определяется векторной суммой:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \underset{\Uparrow BA}{\bar{a}^n_{BA}} + \underset{\perp AB}{\bar{a}^t_{BA}},$$

где $\bar{a}_A$ – ускорение точки А,

$\bar{a}^n_{BA}$ и $\bar{a}^t_{BA}$ - нормальное и тангенциальное ускорения точки В при вращении звена вокруг точки А ( $\bar{a}^n_{BA}$ направлено от точки В к точке А т.е. параллельно ВА, $\bar{a}^t_{BA}$ – перпендикулярно АВ).

Величина ускорения $\bar{a}^n_{BA}$ определяется формулой

$$a^n_{BA} = V^2_{BA} / l_{AB}.$$

*Случай 2.* Две точки принадлежат разным звеньям 1 и 2, образующим поступательную кинематическую пару, как это показано на рисунке 11. Точка $B_1$ принадлежит звену 1, а точка $B_2$ – звену 2. Точки $B_1$ и $B_2$ в данный момент времени совпадают между собой.

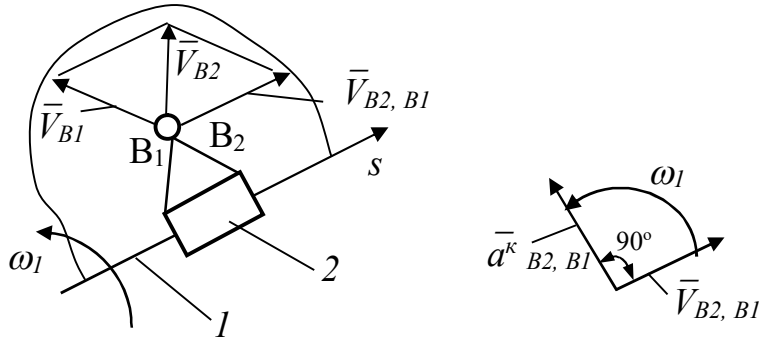



Рисунок 11 – Скорости точек двух звеньев, образующих поступательную пару

Движение звена 2 можно разложить на переносное движение вместе со звеном 1 и относительное скольжение вдоль направляющей s. Скорость точки $B_2$ определяется векторной суммой:

$$\overline{V}_{B2} = \overline{V}_{B1} + \underset{//s}{\overline{V}_{B2,B1}},$$

где $\overline{V}_{B1}$ – скорость точки $B_1$ ,

$\overline{V}_{B2,B1}$ – скорость точки $B_2$ относительно точки $B_1$ (направлена параллельно оси s).

Ускорение точки $B_2$ определяется векторной суммой:

$$\overline{a}_{B2} = \overline{a}_{B1} + \overline{a}^{k}{}_{B2,B1} + \underset{//s}{\overline{a}^{r}{}_{B2,B1}},$$

где $\overline{a}_{B1}$ – ускорение точки $B_1$ ,

$\overline{a}^{k}{}_{B2,B1}$ – ускорение Кориолиса,

$\overline{a}^{r}{}_{B2,B1}$ – ускорение точки $B_2$ относительно точки $B_1$ (направлена параллельно оси s).

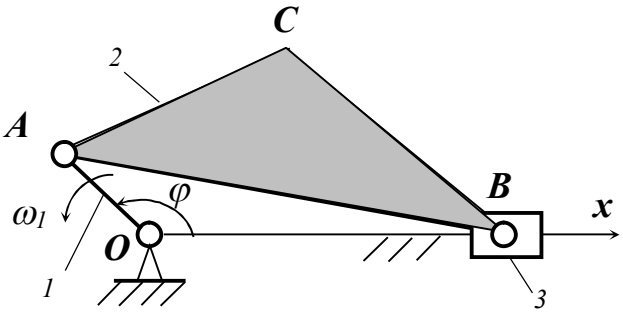
Величина ускорения Кориолиса определяется формулой

$$a^{k}{}_{B2,B1} = 2\cdot \omega_1 \cdot V_{B2,B1}.$$

Для определения направления ускорения Кориолиса необходимо повернуть на 90° вектор относительной скорости $\overline{V}_{B2,B1}$ в сторону угловой скорости переносного движения $\omega_1$, как это показано на рисунке 11.

На рисунках 12, 13 и 14 приведены примеры построения планов положений, скоростей и ускорений различных механизмов: кривошипно-ползунного, шарнирного четырёхзвенника и механизма с качающимся цилиндром.

План положений

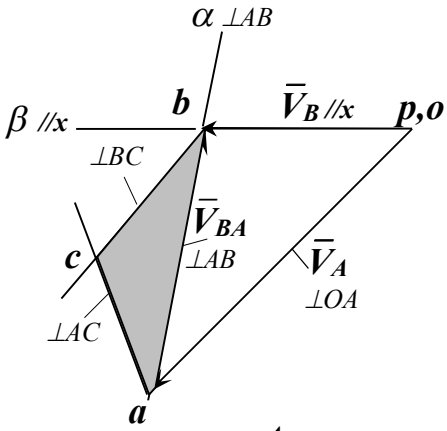


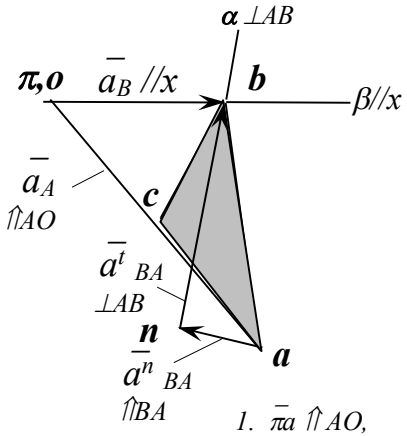

План скоростей

$$\underset{//x}{\bar{V}_B} = \underset{\perp OA}{\bar{V}_A} + \underset{\perp AB}{\bar{V}_{BA}}$$

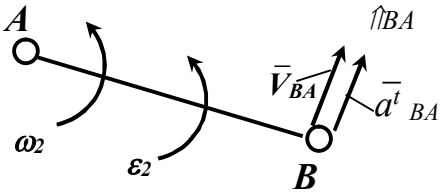
План ускорений

$$\underset{//x}{\bar{a}_B} = \underset{\Uparrow AO}{\bar{a}_A} + \underset{\Uparrow BA}{\bar{a}^n_{BA}} + \underset{\perp BA}{\bar{a}^t_{BA}}$$



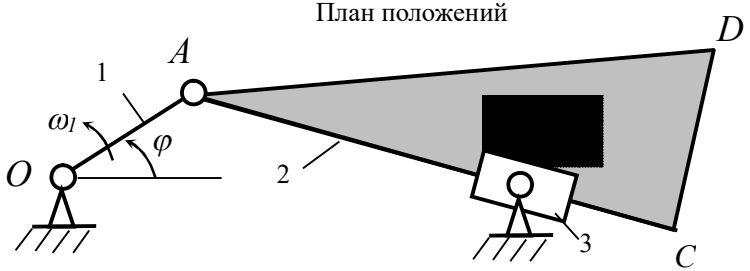

1. $\bar{pa} \perp OA$,
2. $\alpha \perp AB$,
3. $\beta // x$,
4. $b = \alpha \cap \beta$,
5. $\Delta abc \sim \Delta ABC$.




1. $\bar{\pi a} \Uparrow AO$,
2. $\bar{an} \Uparrow BA$,
3. $\alpha \perp AB$,
4. $\beta // x$,
5. $b = \alpha \cap \beta$,
6. $\Delta abc \sim \Delta ABC$.

Рисунок 12 - Кривошипно-ползунный механизм

План положений




План скоростей

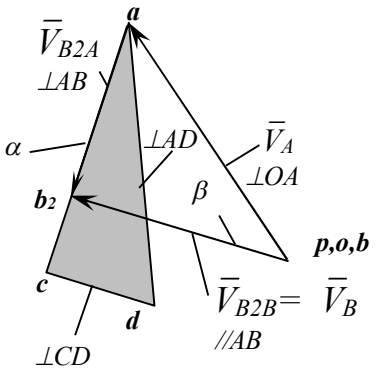
$$\bar{V}_{B2} = \underset{}{\bar{V}_A} + \underset{\perp AB}{\bar{V}_{B2A}}$$

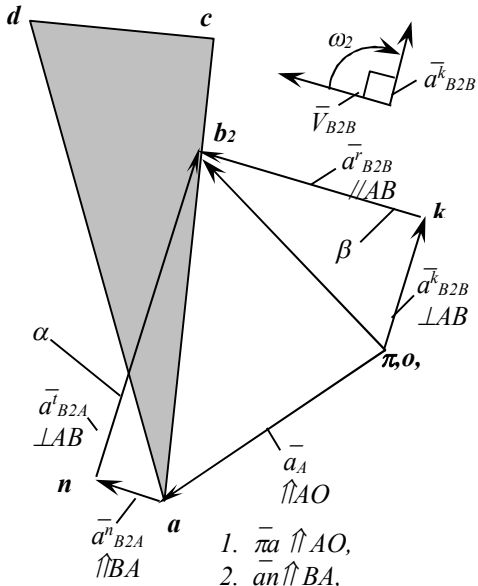
$$\bar{V}_{B2} = \underset{=0}{\bar{V}_B} + \underset{//AB}{\bar{V}_{B2B}}$$

План ускорений

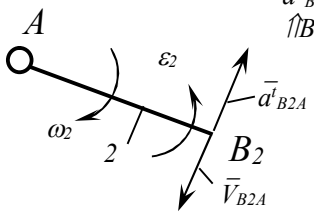
$$\bar{a}_{B2} = \underset{\Uparrow AO}{\bar{a}_A} + \underset{\Uparrow BA}{\bar{a}^n_{B2A}} + \underset{\perp BA}{\bar{a}^t_{B2A}}$$

$$\bar{a}_{B2} = \underset{=0}{\bar{a}_{B2}} + \underset{\perp BA}{\bar{a}^k_{B2A}} + \underset{//BA}{\bar{a}^r_{B2A}}$$



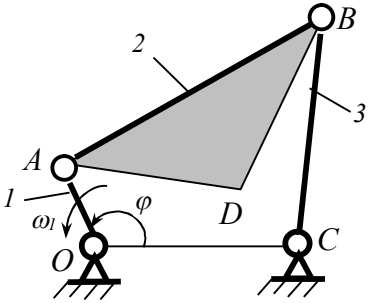

1. $\bar{pa} \perp OA$,
2. $\alpha \perp AB$,
3. $\beta // AB$,
4. $b_2 = \alpha \cap \beta$,
5. $ab_2c \sim AB_2C$,
6. $\Delta acd \sim \Delta ACD$.

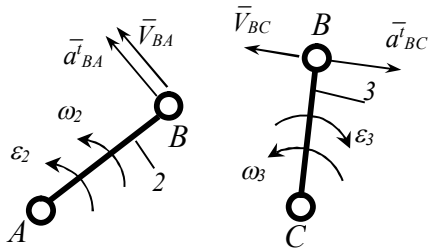



1. $\bar{\pi a} \Uparrow AO$,
2. $\bar{an} \Uparrow BA$,
3. $\alpha \perp AB$,
4. $\bar{bk} \perp AB$,
5. $\beta // AB$,
6. $b_2 = \alpha \cap \beta$,
7. $ab_2c \sim AB_2C$,
8. $\Delta acd \sim \Delta ACD$.

Рисунок 13 – Механизм с качающимся цилиндром

План положений




План скоростей

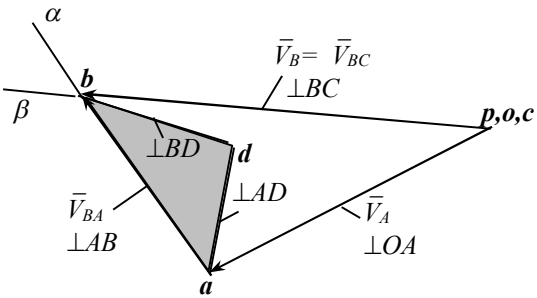
$$\bar{V}_B = \underset{\perp OA}{\bar{V}_A} + \underset{\perp AB}{\bar{V}_{BA}}$$

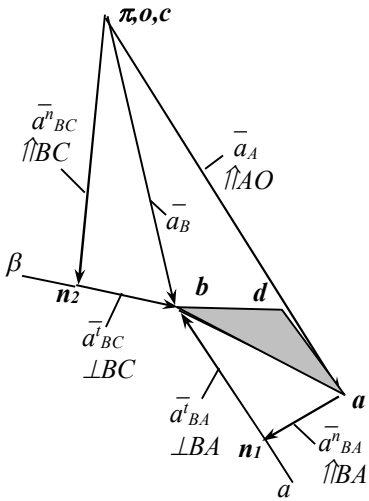
$$\bar{V}_B = \underset{=0}{\bar{V}_C} + \underset{\perp BC}{\bar{V}_{BC}}$$

План ускорений

$$\bar{a}_B = \underset{\Uparrow AO}{\bar{a}_A} + \underset{\Uparrow BA}{\bar{a}^n_{BA}} + \underset{\perp BA}{\bar{a}^t_{BA}}$$

$$\bar{a}_B = \underset{=0}{\bar{a}_C} + \underset{\Uparrow BC}{\bar{a}^n_{BC}} + \underset{\perp BC}{\bar{a}^t_{BC}}$$




1. $\bar{pa} \perp OA$,
2. $\alpha \perp AB$,
3. $\beta \perp BC$,
4. $b = \alpha \cap \beta$,
5. $\Delta\, abd \sim \Delta ABD$.

1. $\bar{\pi a} \Uparrow AO$,
2. $\bar{an_1} \Uparrow BA$,
3. $\alpha \perp AB$,
4. $\bar{an_2} \Uparrow BC$,
5. $\beta \perp BC$,
6. $b = \alpha \cap \beta$,
7. $\Delta abd \sim \Delta ABD$.

Рисунок 14 – Шарнирный четырёхзвенный механизм

## Задача 3. Геометрический синтез плоского рычажного механизма

**Исходные данные:**

• структурная схема механизма, изображённая на рисунке 15;

• геометрические параметры механизма, приведенные на рисунке 15 и в таблице 4.

**Необходимо выполнить следующее:**

1. Определить недостающие размеры звеньев механизма по заданным условиям;

2. Начертить с учетом выбранного стандартного масштаба кинематическую схему механизма в его крайних положениях;

3. Представить кратко графическое или аналитическое решение с результатами расчётов.

Номер варианта структурной схемы механизма на рисунке 15 и номер варианта условий задачи 3 совпадают с последней цифрой шифра. Величину ***a***, определяющую размеры некоторых звеньев механизма, необходимо выбрать из таблицы 4 в зависимости от предпоследней цифры шифра.

Пример решения задачи 3 представлен на рисунке 16.

Таблица 4 - Варианты числовых значений величины ***a***

| Параметр | Варианты числовых значений величины ***a*** (предпоследняя цифра шифра) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| ***a***, м | 0,10 | 0,11 | 0,12 | 0,13 | 0,14 | 0,15 | 0,16 | 0,17 | 0,18 | 0,19 |

**Варианты условий задачи 3**

**Вариант 0**

Спроектировать схему механизма шарнирного четырёхзвенника по двум крайним положениям звена ВС и углам передачи $\upsilon_1$ и $\upsilon_2$ в этих положениях. Дано: длина звена $l_{BC}$, угол размаха $\beta$ коромысла и углы передачи $\upsilon_1$ и $\upsilon_2$ . Определить графически способом длины звеньев $l_{OA}$ и $l_{AB}$.

**Вариант 1**

Спроектировать схему центрального кривошипно-ползунного механизма по заданному ходу ползуна $s$ и максимальному углу давления $\upsilon_{max}$. Определить аналитически длины звеньев $l_{OA}$ и $l_{AB}$.

**Вариант 2**

Спроектировать схему кулисного механизма по заданному коэффициенту $K_w$ изменения угловой скорости кулисы и заданной длине кривошипа $l_{OA}$ . Определить аналитическим способом расстояние $l_{OB}$ между неподвижными опорами.

**Вариант 3**

Спроектировать схему механизма шарнирного четырехзвенника по двум крайним положениям коромысла и заданному коэффициенту $K_w$ изменения угловой скорости коромысла. Дано: углы $\psi_1$ и $\psi_2$, определяющие крайние положения коромысла; длина звена $l_{BC}$; коэффициент $K_w$. Найти графическим способом длины звеньев $l_{OA}$ , $l_{AB}$ и $l_{OC}$.

**Вариант 4**

Спроектировать схему нецентрального кривошипно-ползунного механизма по заданному ходу ползуна $s$, величине эксцентриситета $e$ и коэффициенту $K_v$ изменения скорости ползуна. Определить графическим способом длины звеньев $l_{OA}$ и $l_{AB}$.

**Вариант 5**

Спроектировать схему механизма с качающимся цилиндром по заданному ходу поршня $h$, углу размаха коромысла $\beta$ и отношению $k$ длины цилиндра $l$ к ходу поршня $h$. Определить аналитическим способом длину $l_{OA}$ коромысла и расстояние $l_{OB}$ между неподвижными опорами.

**Вариант 6**

Спроектировать схему кулисного механизма по заданному коэффициенту $K_w$ изменения угловой скорости кулисы и расстоянию $l_{OB}$ между неподвижными опорами. Определить аналитическим способом длину $l_{OA}$ кривошипа.

**Вариант 7**

Спроектировать схему механизма шарнирного четырехзвенника по двум крайним положениям коромысла. Дано: размеры звеньев $l_{BC}$ и $l_{OC}$; угол размаха $\beta$ коромысла; угол $\psi_1$, определяющий крайнее положение коромысла. Определить аналитическим способом длину $l_{OA}$ кривошипа и длину $l_{AB}$ шатуна.

**Вариант 8**

Спроектировать схему нецентрального кривошипно-ползунного механизма по заданному ходу ползуна $s$, величине эксцентриситета $e$ и расстоянию $c$, определяющему крайнее положение ползуна. Определить аналитическим способом длину $l_{OA}$ кривошипа и длину $l_{AB}$ шатуна.

**Вариант 9**

Спроектировать схему кулисного механизма по заданному углу$\beta$ размаха кулисы и длине $l_{OA}$ кривошипа. Определить аналитическим способом расстояние $l_{OB}$ между неподвижными опорами.

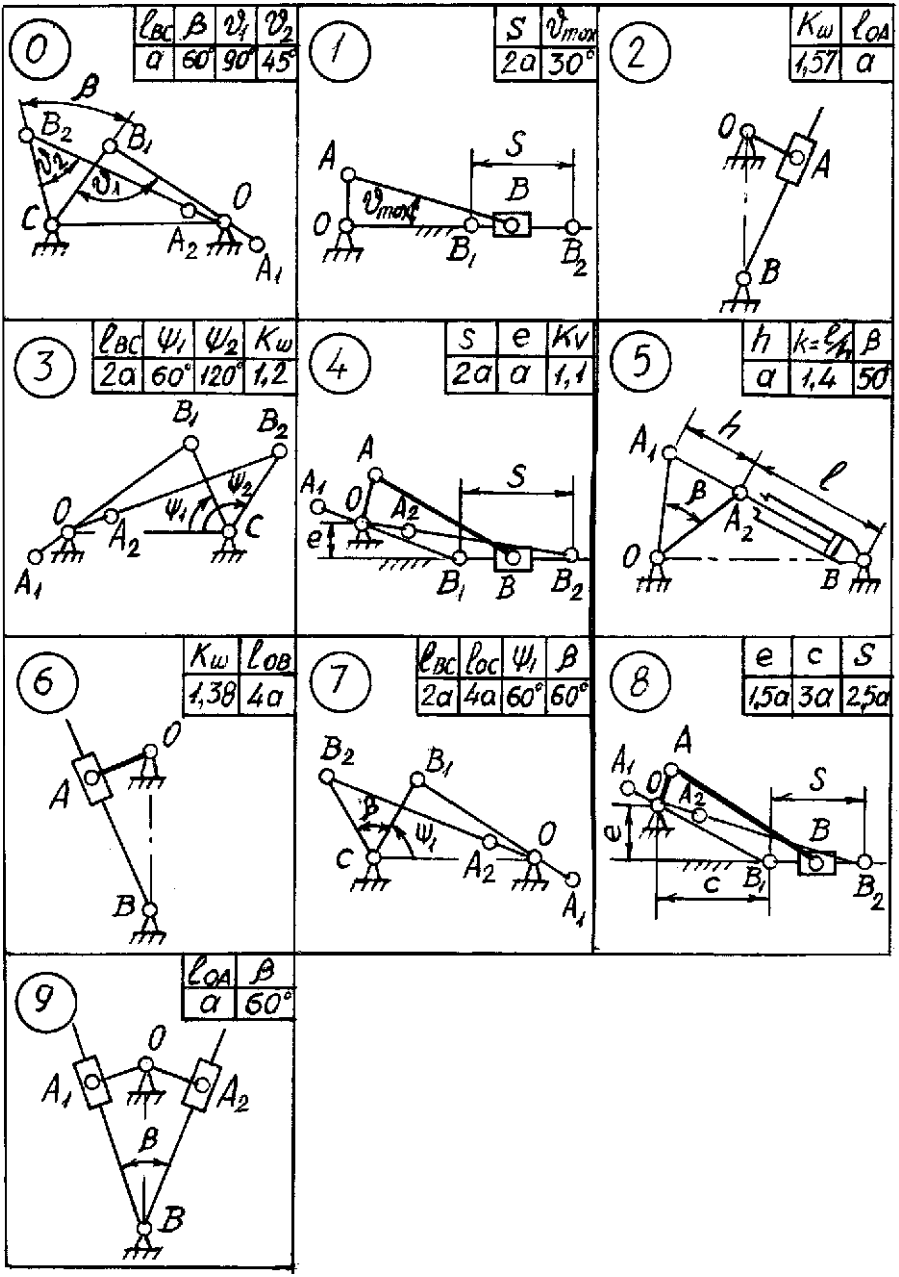



Рисунок 15 – Схемы механизмов к задаче 3

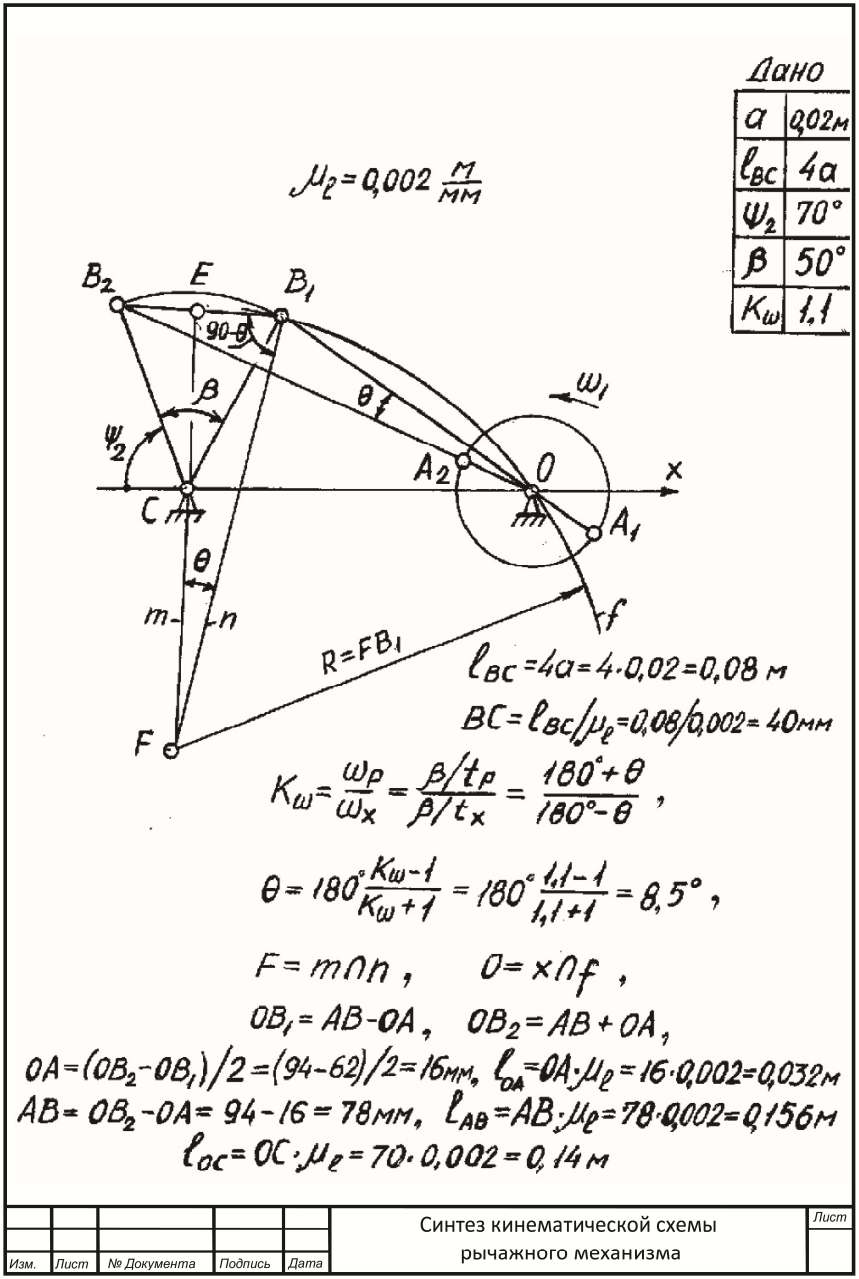



Рисунок 16 – Пример решения задачи 3

## Методические указания к выполнению задачи 3

Рассмотрим примеры геометрического синтеза плоских различных рычажных механизмов, часто используемых в практике.

### I. Шарнирный четырехзвенный механизм

Структурная схема шарнирного четырёхзвенника изображена на рисунке 17. Механизм содержит неподвижные опоры О и С, кривошип ОА, шатун АВ и коромысло ВС. Входным звеном в шарнирных четырёхзвенниках чаще всего является кривошип ОА, который образует вращательную пару со стойкой и способен проворачиваться на полный оборот. Выходным звеном является коромысло ВС, которое шарнирно связано со стойкой и совершает качательные движения, не делая полного оборота.

В тех положениях механизма, когда коромысло ВС занимает любое из крайних положений, центры шарниров О, А и В располагаются на одной прямой, как это показано на рисунке 18. Угол полного размаха коромысла ВС обозначен через β.

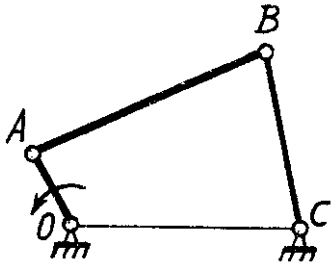



Рисунок 17 – Шарнирный четырёхзвенный механизм

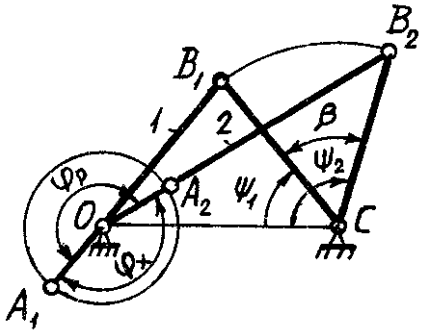



Рисунок 18 – Крайние положения механизма

### 1.1. Синтез по двум крайним положениям выходного звена

Кинематическая схема проектируемого шарнирного четырёхзвенника изображена на рисунке 18. Движение коромысла из положения $CB_1$ в положение $CB_2$ примем за прямой (рабочий) ход, а движение в противоположную сторону – за обратный (холостой) ход. Угол поворота кривошипа ОА за время рабочего хода обозначим через $\varphi_p$, а за время холостого хода - $\varphi_x$.

Требуется спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм по следующим исходным данным: $l_{OC}$ = 0,45 м – расстояние между неподвижными шарнирами, $l_{BC}$ = 0,35 м – размер выходного коромысла, $\psi_1 = 50^o$ и $\psi_2 = 105^o$ – угловые координаты коромысла ВС в его крайних положениях. Необходимо найти длину кривошипа $l_{OA}$ и длину шатуна $l_{AB}$.

Рассмотрим решение задачи синтеза аналитическим способом.

Учитывая, что центры шарниров, принадлежащих кривошипу и шатуну, в крайних положениях механизма лежат, в одном случае, на прямой I, а в другом - на прямой 2, составим по теореме косинусов для треугольников $OB_1C$ и $OB_2C$ следующие соотношения:

$$l_{OB1} = \sqrt{l_{OC}^2 + l_{BC}^2 - 2 \cdot l_{OC} \cdot l_{BC} \cdot cos\psi_1} = \sqrt{0{,}45^2 + 0{,}35^2 - 2 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}35 \cdot cos\,50^o} = 0{,}35м,$$

$$l_{OB2} = \sqrt{l_{OC}^2 + l_{BC}^2 - 2 \cdot l_{OC} \cdot l_{BC} \cdot cos\psi_2} = \sqrt{0{,}45^2 + 0{,}35^2 - 2 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}35 \cdot cos\,105^o} = 0{,}61м.$$

Расстояние $l_{OB2}$ представляет собой сумму, а расстояние $l_{OB1}$ – разность длин шатуна и кривошипа, т.е.

$$\begin{cases} l_{OB2} = l_{OA} + l_{AB} \\ l_{OB1} = l_{AB} - l_{OA} \end{cases}$$

Решая систему этих уравнений, найдем размеры кривошипа и шатуна.

$$l_{OA} = \frac{l_{OB2} - l_{OB2}}{2} = \frac{0{,}61 - 0{,}35}{2} = 0{,}13м, \qquad l_{AB} = \frac{l_{OB2} + l_{OB2}}{2} = \frac{0{,}61 + 0{,}35}{2} = 0{,}48м.$$

### I.2. Синтез по коэффициенту изменения средней угловой скорости выходного звена

Кинематическая схема проектируемого шарнирного четырёхзвенника изображена на рисунке 19.

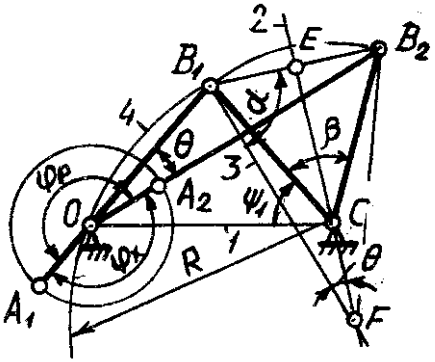



Рисунок 19 - Крайние положения шарнирного четырёхзвенного механизма

Исходными данными для синтеза являются: $l_{BC}$ = 0,35 м – размер коромысла BC, $\psi_1$ = 50° – угловая координата коромысла BC в его крайнем положении, $\beta$ = 55° – угловой ход (размах) коромысла BC, $K_\omega$ = 1,25 м – коэффициент изменения средней угловой скорости выходного звена (коромысла BC).

Необходимо найти: $l_{OC}$ – расстояние между неподвижными опорами O и C, $l_{OA}$ и $l_{AB}$ – размеры кривошипа OA и шатуна AB.

Кривошип OA вращается равномерно вокруг неподвижного центра O, который находиться на прямой I в некоторой пока неизвестной точке (расстояние $l_{OC}$ является неизвестным).

Движение коромысла из положения $CB_1$ в положение $CB_2$ примем за прямой (рабочий) ход, а движение в противоположном направлении – за обратный (холостой) ход. Требуется спроектировать механизм, для которого отношение средних угловых скоростей выходного коромысла BC при обратном и прямом ходе равно заданной величине $K_\omega = \omega_x / \omega_p = 1{,}25$.

Рассмотрим решение поставленной задачи синтеза механизма графическим способом.

Приняв масштабный коэффициент длин $\mu_l = 0{,}01$ м/мм, построим два крайних положения коромысла BC. Для этого определим сначала длину отрезка BC, изображающего на чертеже коромысло:

$BC = l_{BC} / \mu_l = 0{,}35/0{,}01 = 35$ мм.

Проведем прямую I, на которой выберем произвольно точку C. Отложив углы $\psi_l = 50^o$ и $\beta = 35^o$, построим два крайних положения коромысла, которые обозначим $CB_1$ и $CB_2$. В крайних положениях механизма кривошип и шатун находятся на одной прямой: угол между прямыми $OB_1$ и $OB_2$ обозначим $\theta$. За время прямого (рабочего) хода $t_p$ кривошип OA поворачивается на угол $\varphi_p = 180^o + \theta$, а за время обратного (холостого) хода $t_x$ – на угол $\varphi_x = 180^o - \theta$.

Следовательно, при равномерном вращении кривошипа

$$K_\omega = \frac{\beta / t_x}{\beta / t_p} = \frac{180^o + \theta}{108^o - \theta},$$

откуда

$$\theta = 180^o \frac{K_\omega - 1}{K_\omega + 1} = 180^o \frac{1{,}25 - 1}{1{,}25 + 1} = 20^o.$$

Поделим отрезок $B_1B_2$ прямой 2 пополам ($B_1E = B_2E$) и через точку $B_1$ проведём прямую 3, составляющую угол $\theta = 20^o$ с прямой 2. Для проведения прямой 3 удобнее определить сначала угол $\alpha = 90^o - \theta = 90^o - 20^o = 70^o$.

Точку пересечения прямых 2 и 3 обозначим $F$. Проведем окружность 4 радиусом $R = FB$ и центром в точке $F$. Окружность 4 будет являться геометрическим местом искомых центров вращения кривошипа, поскольку в любой точке этой окружности вписанный угол $\angle B_1OB_2$ равен половине центрального угла $\angle B_1AB_2 = 2 \cdot \theta$, опирающегося на ту же дугу $B_1B_2$ и, следовательно, равен $\theta$. Точка $O$ пересечения окружности 4 с прямой I будет центром вращения кривошипа. После выполнения перечисленных построений размеры звеньев механизма определяются следующим образом:

$l_{OC} = OC \cdot \mu_l = 45 \cdot 0{,}01 = 0{,}45$ м,

$l_{OB1} = OB_1 \cdot \mu_l = 35 \cdot 0{,}01 = 0{,}35$ м,

$l_{OB2} = OB_2 \cdot \mu_l = 61 \cdot 0{,}01 = 0{,}61$ м,

где $OC$, $OB_1$ и $OB_2$ – длины отрезков на рисунке 19, мм.

Расстояние $OB_2$ является суммой, а расстояние $OB_1$ – разностью длин шатуна AB и кривошипа OA, т.е.

$$\begin{cases} l_{OB2} = l_{AB} + l_{OA}, \\ l_{OB1} = l_{AB} - l_{OA}. \end{cases}$$

Решая систему уравнений, получим

$$l_{OA} = \frac{l_{OB2} - l_{OB1}}{2} = \frac{0,61 - 0,35}{2} = 0,13м, \qquad l_{AB} = \frac{l_{OB2} + l_{OB1}}{2} = \frac{0,61 + 0,35}{2} = 0,48м.$$

### 1.3. Синтез по углам давления в крайних положениях выходного звена

На рисунке 20 изображена схема шарнирного четырёхзвенника, на которой показаны два крайних положения $CB_1$ и $CB_2$ выходного коромысла.

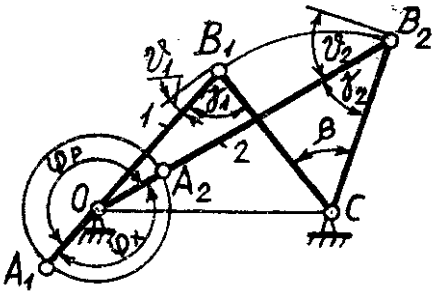



Рисунок 20 – Углы давления в шарнирном четырёхзвенном механизме

На схеме обозначены $\upsilon_1$ и $\upsilon_2$ углы давления в кинематической паре шатун – коромысло, как углы между линией шатуна, по направлению которой передаётся усилие к коромыслу, и направлением скорости точки $B$. Силы тяжести звеньев, трение и силы инерции при этом не учитываются. Угол, дополняющий угол давления до прямого, называется углом передачи. На рисунке 20 углы передачи в крайних положениях коромысла обозначены $\gamma_1$ и $\gamma_2$.

При работе механизма угол давления меняет свою величину, поэтому при проектировании задаются допускаемым углом давления для того, чтобы не произошло самоторможение, т.е. заклинивание и остановка механизма.

Исходными данными для проектирования механизма являются: $l_{BC}$ = 0,35 м – длина коромысла, $\beta$ = 60° – угловой ход (размах) коромысла, $\upsilon_1$ = 10° и $\upsilon_2$ = 50° – допустимые значения углов давления в крайних положениях коромысла ВС.

Необходимо найти: $l_{OC}$ – расстояние между неподвижными опорами $O$ и $C$, $l_{OA}$ и $l_{AB}$ – размеры кривошипа $OA$ и шатуна $AB$.

Решим поставленную задачу графическим способом.

Для построений примем масштабный коэффициент длин $\mu_l$ = 0,01м/м. Определим длину отрезка $BC$, изображающего коромысло на чертеже:

$BC = l_{BC}/\mu_l = 0,35/\ 0,01 = 35$ мм.

Изобразим на рисунке 20 два положения коромысла $CB_1$ и $CB_2$ с углом $\beta$ = 60° между ними.

Определим углы передачи в крайних положениях коромысла:

$\gamma_1 = 90° - \upsilon_1 = 90° - 10° = 80°$,

$\gamma_2 = 90° - \upsilon_2 = 90° - 50° = 40°$.

Через точку $B_1$ проведем прямую I под углом $\gamma_1$ = 80° к отрезку $B_1C$, а через точку $B_2$ – прямую 2 под углом $\gamma_2$ = 40° к отрезку $B_2C$. Точку пересечения прямых I

и 2 обозначим *O*. Точки *O* и *C* соединим прямой линией. После выполнения этих построений определим следующие размеры звеньев:

$l_{OC} = OC \cdot \mu_l = 45 \cdot 0{,}01 = 0{,}45$ м,

$l_{OB1} = OB_1 \cdot \mu_l = 35 \cdot 0{,}01 = 0{,}35$ м,

$l_{OB2} = OB_2 \cdot \mu_l = 61 \cdot 0{,}01 = 0{,}61$ м,

где $OC$, $OB_1$ и $OB_2$ – длины отрезков на рисунке 20, мм.

Расстояние $OB_2$ является суммой, а расстояние $OB_1$ –разностью длин шатуна АВ и кривошипа ОА, т.е.

$$\begin{cases} l_{OB2} = l_{AB} + l_{OA}, \\ l_{OB1} = l_{AB} - l_{OA}. \end{cases}$$

Решая систему этих двух уравнений, получим

$$l_{OA} = \frac{l_{OB2} - l_{OB1}}{2} = \frac{0{,}61 - 0{,}35}{2} = 0{,}13 м,$$

$$l_{AB} = \frac{l_{OB2} + l_{OB1}}{2} = \frac{0{,}61 + 0{,}35}{2} = 0{,}48 м.$$

**2. Кривошипно-ползунный механизм**

Кривошипно-ползунный механизм, изображённый на рисунке 21, состоит из кривошипа ОА, шатуна АВ и ползуна, образующего поступательную пару с неподвижной направляющей *s*.

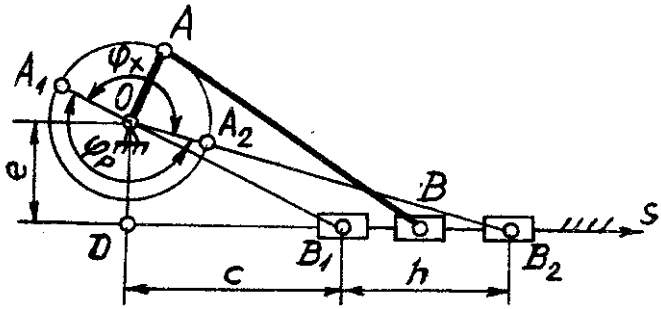



Рисунок 21 - Кривошипно-ползунный механизм

При вращении кривошипа ОА ползун движется по оси *s* от одного своего крайнего положения до другого. Обозначим $B_1$ и $B_2$ точки на прямой *s*, соответствующие крайним положениям ползуна. Расстояние *h* между точками $B_1$ и $B_2$ будет являться полным ходом ползуна. Когда ползун занимает любое из двух своих крайних положений, центры шарниров *O*, *A* и *B* располагаются на одной прямой. Обозначим $\varphi_p$ угол поворота кривошипа ОА за время прямого (рабочего) хода ползуна от точки $B_1$ до точки $B_2$ и $\varphi_x$ – за время обратного (холостого) хода от точки $B_2$ до точки $B_1$.

### 2.1. Синтез по двум крайним положениям ползуна

Кинематическая схема проектируемого кривошипно-ползунного механизма изображена на рисунке 21.

Исходными данными для проектирования механизма являются: $h$ = 0,3 м – полный ход ползуна, $e$ = 0,2 м – расстояние от центра $O$ до направляющей $s$, $c$ = 0,4 м – координата точки $B_1$ ползуна в его крайнем положении.

Необходимо найти размеры $l_{OA}$ кривошипа и $l_{AB}$ шатуна.

Рассмотрим решение поставленной задачи синтеза механизма аналитическим способом.

Так как в крайних положениях механизма центры шарниров $O$, $A$ и $B$ располагаются на одной прямой, то на схеме механизма получим прямоугольные треугольники $ODB_1$ и $ODB_2$, откуда следует:

$$l_{OB1} = \sqrt{e^2 + c^2} = \sqrt{0{,}2^2 + 0{,}4^2} = 0{,}45 м,$$

$$l_{OB2} = \sqrt{e^2 + (c+h)^2} = \sqrt{0{,}2^2 + (0{,}4 + 0{,}3)^2} = 0{,}73 м.$$

Расстояние $OB_2$ является суммой, а $OB_1$ – разностью длин шатуна АВ и кривошипа ОА, т.е.

$$\begin{cases} l_{OB2} = l_{AB} + l_{OA}, \\ l_{OB1} = l_{AB} - l_{OA}. \end{cases}$$

Решая систему этих двух уравнений, получим

$$l_{OA} = \frac{l_{OB2} - l_{OB1}}{2} = \frac{0{,}73 - 0{,}45}{2} = 0{,}14 м,$$

$$l_{AB} = \frac{l_{OB2} + l_{OB1}}{2} = \frac{0{,}73 + 0{,}45}{2} = 0{,}59 м.$$

### 2.2. Синтез по коэффициенту изменения средней скорости ползуна

Кинематическая схема кривошипно-ползунного механизма для проектирования представлена на рисунке 22.

Исходными данными для синтеза являются: $h$ = 0,4 м – ход ползуна, $e$ = 0,3 м – расстояние от центра шарнира О до неподвижной направляющей $s$, $K_V$ – коэффициент изменения средней скорости ползуна.

Необходимо найти: $c$ – расстояние между проекцией центра О на ось $s$ и крайним положением $B_1$ ползуна, $l_{OA}$ и $l_{AB}$ – размеры кривошипа ОА и шатуна АВ.

Кривошип ОА механизма вращается равномерно, а его центр вращения находится в некоторой, пока неизвестной точке, лежащей на расстоянии $e$ от направляющей $s$. Движение ползуна от положения $B_1$ до положения $B_2$ примем за прямой (рабочий) ход, а движение в противоположном направлении – за обратный (холостой) ход. За время рабочего хода кривошип поворачивается на угол $\varphi_p$, а за время холостого хода – на угол $\varphi_x$. Требуется спроектировать кинематическую схему механизма, для которого отношение средних скоростей ползуна при обратном (холостом) и прямом (рабочим) ходе было равным заданной величине $K_V = V_P / V_X = 1{,}18$.

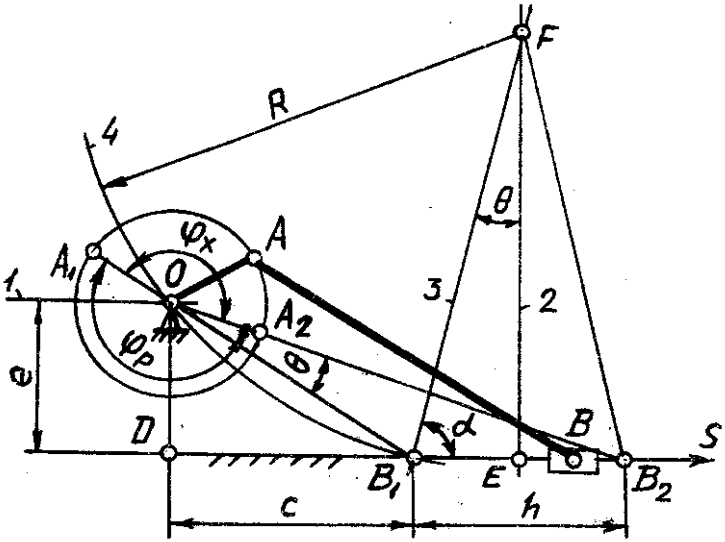



Рисунок 22 – Кривошипно-ползунный механизм

Рассмотрим решение поставленной задачи синтеза механизма графическим способом.

Приняв масштабный коэффициент длин $\mu_l$ = 0, 01 м/мм, построим на рисунке 22 два крайних положения ползуна $B_1$ и $B_2$ на направляющей $s$. Для этого определим сначала длину отрезка $B_1B_2$ .

$B_1B_2 = h / \mu_l$ = 0,4 / 0,01 = 40 м.

Определим с учётом масштаба расстояние между прямой $s$ и центром О.

$OD = e / \mu_l$ = 0,3 / 0,01 = 30 мм.

Проведём прямые $s$ и 1 на расстоянии $OD$ = 30 мм друг от друга. На прямой $s$ выберем произвольно точку $B_1$ и, отложив от неё в положительном направлении оси $s$ отрезок $B_1B_2$ = 40 мм, получим точку $B_2$.

В крайних положениях механизма кривошип и шатун располагаются на одной прямой линии, угол между которыми обозначим $\theta$. За время $t_p$ прямого хода кривошип повернётся на угол $\varphi_p = 180^o + \theta$, а за время $t_x$ обратного хода – на угол $\varphi_x = 180^o - \theta$. Следовательно, при равномерном вращении кривошипа

$$K_V = \frac{h / t_x}{h / t_p} = \frac{180^o + \theta}{108^o - \theta},$$

откуда

$$\theta = 180^o \frac{K_V - 1}{K_V + 1} = 180^o \frac{1{,}18 - 1}{1{,}18 + 1} = 15^o.$$

Через точку $E$, которая является серединой отрезка $B_1B_2$, проведём прямую 2. Проведём прямую 3, образующую угол $\theta$ с прямой 2. Для проведения прямой 3 удобнее определить сначала угол $\alpha = 90^o - \theta = 90^o - 15^o = 75^o$, который образован

прямыми $s$ и 3. Точку пересечения прямых 2 и 3 обозначим $F$. Через точку $B_1$ проведём окружность 4 с центром в точке $F$. Окружность 4 радиуса $R = FB$ будет являться геометрическим местом центров вращения кривошипа, поскольку в любой точке этой окружности вписанный угол $\angle B_1OB_2$ равен половине центрального угла $\angle B_1FB_2$, как опирающегося на ту же дугу $B_1B_2$. Следовательно, $\angle B_1OB_2 = \theta$. Точка пересечения окружности 4 с прямой 1 определяет центр вращения $O$ кривошипа. После выполнения перечисленных построений размеры звеньев механизма определяются следующим образом.

$l_{OB1} = OB_1 \cdot \mu_l = 54 \cdot 0{,}01 = 0{,}54$ м,

$l_{OB2} = OB_2 \cdot \mu_l = 90 \cdot 0{,}01 = 0{,}9$ м,

где $OB_1$ и $OB_2$ – длины отрезков на рисунке 22, мм.

Расстояние $OB_2$ является суммой, а расстояние $OB_1$ – разностью длин шатуна AB и кривошипа OA, т.е.

$$\begin{cases} l_{OB2} = l_{AB} + l_{OA}, \\ l_{OB1} = l_{AB} - l_{OA}. \end{cases}$$

Решая систему уравнений, получим

$$l_{OA} = \frac{l_{OB2} - l_{OB1}}{2} = \frac{0{,}9 - 0{,}54}{2} = 0{,}18 м, \qquad l_{AB} = \frac{l_{OB2} + l_{OB1}}{2} = \frac{0{,}9 + 0{,}54}{2} = 0{,}72 м.$$

Расстояние от проекции точки $O$ на ось $s$ до крайнего положения ползуна $B_1$ определяется соотношением

$e = DB_1 \cdot \mu_l = 45 \cdot 0{,}01 = 0{,}45$ м,

где $DB_1$ – длина отрезка на рисунке 22, мм.

### 2.3. Синтез с учётом углов давления в кинематических парах

При проектировании механизмов нужно учитывать весьма важный параметр, характеризующий условие передачи сил и работоспособность механизма. Это угол давления (угол между вектором силы, приложенной к звену, и вектором скорости точки приложения движущей силы). Например, для центрального кривошипно-ползунного механизма, изображённого на рисунке 23, углом давления в шарнире B без учёта сил тяжести, сил инерции и трения будет являться угол $\upsilon$ между линией шатуна AB и направляющей s.

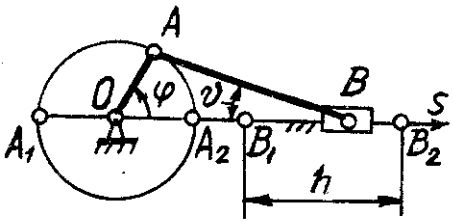



Рисунок 23 – Центральный кривошипно-ползунный механизм

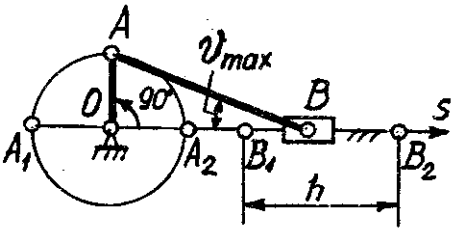



Рисунок 24 – Максимальный угол давления в центральном кривошипно-ползунном механизме

Максимальное значение угла давления $\upsilon_{max} = arcsin\ (l_{OA}/l_{AB})$ будет при $\varphi$ = 90° или 270°. Поэтому, например, для механизмов двигателя внутреннего сгорания отношение $\lambda = l_{OA} / l_{AB}$ принято выбирать в определенных пределах ($\lambda$ =0,3...0,2, что соответствует значениям $\upsilon_{max}$= 19°... 10°).

Рассмотрим пример синтеза центрального кривошипно-ползунного механизма по заданному соотношению между длинами кривошипа ОА и шатуна АВ.

Исходные данные для проектирования: $\lambda = l_{OA}/l_{AB}$ = 0,25, $h$ = 0,1 м - ход ползуна.

Требуется найти: $l_{OA}$ и $l_{AB}$ размеры кривошипа ОА и шатуна АВ.

На рисунке 23 обозначены через $B_1$ и $B_2$ крайние положения ползуна, который перемещается по неподвижной направляющей $s$. Точка А кривошипа в крайних положениях занимает положения, обозначенные $A_1$ и $A_2$. Из построений на рисунке 23 видно, что

$A_1A_2 = B_1B_2$ или $2 \cdot l_{OA} = h$,

откуда $l_{OA} = h/ 2$ = 0,1 / 2 = 0,05 м.

Учитывая, что $\lambda = l_{OA}/l_{AB}$, получим

$l_{AB} = l_{OA} / \lambda =$ 0,05/0,25 = 0,2 м.

Рассмотрим другой пример синтеза центрального кривошипно-ползунного механизма, изображённого на рисунке 24, по заданному максимальному значению угла давления в кинематической паре между шатуном АВ и ползуном.

Исходные данные для проектирования механизма: $h$ = 0,1 м - ход ползуна, $\upsilon_{max}$= 15°- максимальное значение угла давления во вращательной паре В.

Необходимо найти: $l_{OA}$ и $l_{AB}$ - размеры кривошипа и шатуна. На рисунке 24 крайние положения ползуна обозначены $B_1$ и $B_2$. Точка А в крайних положениях занимает положения $A_1$ и $A_2$. На рисунке 24 видно, что

$A_1A_2 = B_1B_2$, или $2 \cdot l_{OA} = h$, откуда $l_{OA} = h / 2$ = 0,1 / 2 = 0,05 м.

Как уже отмечалось, для центрального кривошипно-ползунного механизма максимальное значение угла давления $\upsilon_{max}$ будет при $\varphi$, равном 90° или 270°. Следовательно, кривошип и шатун при этом образуют прямоугольный треугольник $OAB$, для которого можно записать:

$l_{AB} = l_{OA} / sin\ \upsilon_{max} =$ 0,05 / $sin$15° = 0,05/0,258 = 0,19 м.

**3. Кулисный механизм**

Шестизвенный кулисный механизм, изображённый на рисунке 25, преобразует вращательное движение кривошипа ОА в возвратно-поступательное движение ползуна, который перемещается по неподвижной направляющей $s$. При этом средняя скорость $V_X$ ползуна при обратном ходе больше в $K_V$ раз средней скорости $V_P$ прямого хода. Отношение $K_V = V_X / V_P$ называется коэффициентом изменения средней скорости выходного звена. Например, в строгальных и долбёжных станках изделие обрабатывается в одном направлении с заданной скоростью резания, а холостой (обратный) ход режущего инструмента происходит с большей средней скоростью: в этом случае $K_V$> I.

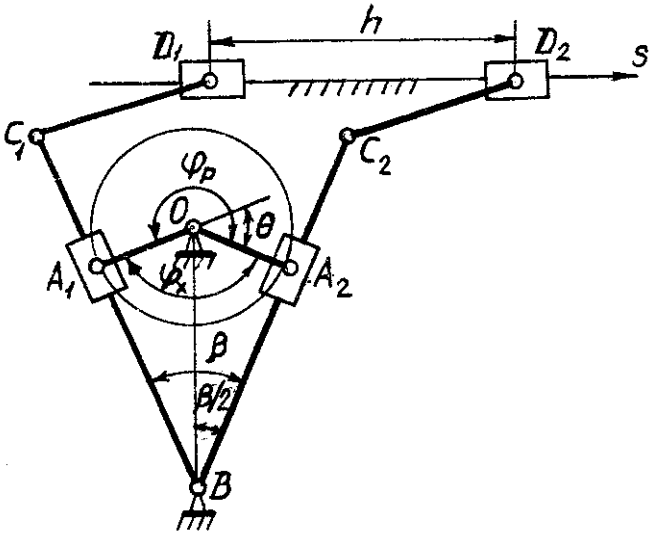



Рисунок 25 - Шестизвенный кулисный механизм строгального станка

**3.1. Кулисный механизм с качающейся кулисой**

Схема кулисного механизма с качающейся кулисой изображена на рисунке 26.

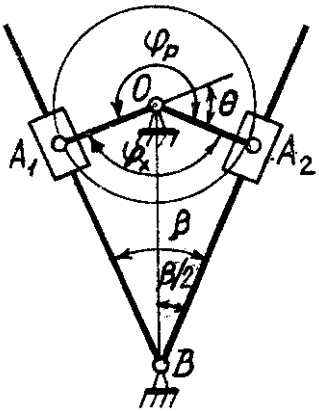



Рисунок 26 - Кулисный механизм с качающейся кулисой

Кривошип ОА вращается равномерно. За время рабочего хода $t_P$ кривошип повернётся на угол $\varphi_p$ , а за время холостого хода $t_x$ - на угол $\varphi_x$. Угол между кривошипом ОА и кулисой ВС в крайних положениях механизма равен 90°, следовательно, угол размаха $\beta$ кулисы равен углу $\theta$. Коэффициент $K_V$ и угол $\theta$ связаны зависимостью

$$K_V = \frac{h/t_x}{h/t_p} = \frac{180^o + \theta}{108^o - \theta},$$

откуда

$$\theta = 180^o \frac{K_V - 1}{K_V + 1}.$$

Из прямоугольного треугольника $OBA_1$ можно выразить: длину кривошипа ОА

$$l_{OA} = l_{OB} \cdot sin\frac{\beta}{2}$$

или расстояние между неподвижными опорами О и В

$$l_{OB} = \frac{l_{OA}}{sin(\beta/2)},$$

где $\beta = \theta$.

### 3.2. Кулисный механизм с вращающейся кулисой

Схема кулисного механизма с вращающейся кулисой изображена на рисунке 27.

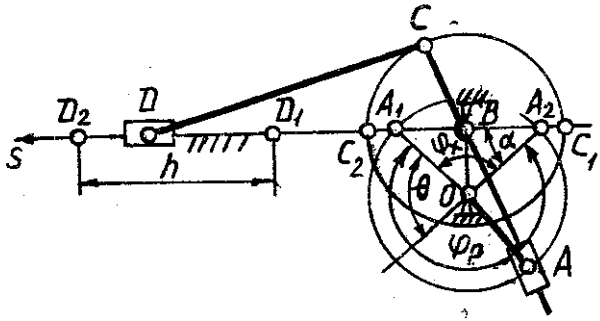



Рисунок 27 - Кулисный механизм с вращающейся кулисой

Исходные данные для проектирования: $l_{OA}$ - длина кривошипа, $K_V = V_X / V_P$ - коэффициент изменения средней скорости выходного звена (ползуна с шарниром D).

Необходимо найти $l_{OB}$ - расстояние между неподвижными опорами 0 и В.

Крайние положения $D_1$ и $D_2$ ползуна определяются положениями $A_1$ и $A_2$ шарнира А, при которых направления кулисы ВС и шатуна CD совпадают.

Прямой (рабочий) ход ползуна по направляющей $s$ из точки $D_1$ в точку $D_2$ совершается при повороте кривошипа ОА на угол $\varphi_p$ = I80° + $\theta$, а обратный (холостой) - на угол $\varphi_x$= 180° - $\theta$. Поэтому при постоянной угловой скорости кривошипа ОА величина $K_V$ определяется соотношением

$$K_V = \frac{h/t_x}{h/t_p} = \frac{180^o + \theta}{108^o - \theta},$$

откуда

$$\theta = 180^o \frac{K_V - 1}{K_V + 1}.$$

Расстояние $l_{OB}$ между неподвижными опорами О и В определяется из прямоугольного треугольника $OBA_2$ по формуле

$l_{OB} = l_{OA} \cdot \sin(\theta/2)$ .

**4. Механизм с качающимся цилиндром**

Механизм с качающимся цилиндром применяется в гидроприводах различного назначения. На рисунке 28 изображена кинематическая схема механизма с качающимся цилиндром в его крайних положениях. Конец штока цилиндра занимает крайние положения, обозначенные $A_1$ и $A_2$. При переходе из одного крайнего положения в другое центр шарнира А перемещается на расстояние $h$ (ход поршня), а выходное коромысло ОА поворачивается на угол $\beta$. Чтобы полностью использовать цилиндр при перемещении поршня, задаются отношением длины цилиндра $l$ к ходу поршня $h$ в виде коэффициента $K = l / h$, определяемого конструктивно, например, $K$ =1,3... 1,4.

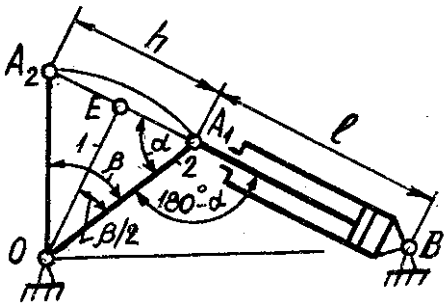



Рисунок 28 - Механизм с качающимся цилиндром

Исходными данными для синтеза механизма с качающимся цилиндром являются: $h$ - ход поршня; $K$ - коэффициент, характеризующий отношение длины цилиндра к ходу поршня.

Определению подлежат: $l_{OB}$ - расстояние между неподвижными опорами О и В, $l_{OA}$ - размер коромысла ОА.

Соединив на рисунке 28 середину отрезка $A_1A_2$ с точкой $O$ прямой линией I, получим два прямоугольных треугольника $OEA_1$ и $OEA_2$. Так как $A_1E = A_2E = h / 2$, то из $\Delta OEA_1$ следует:

$$\cos\alpha = \frac{EA}{OA} = \frac{h/2}{l_{OA}},$$ откуда $l_{OA} = h / (2 \cdot \cos\alpha)$.

Учитывая, что

$$\alpha = 90^o - \frac{\beta}{2} \text{ и } \cos\alpha = \cos(90^o - \frac{\beta}{2}) = \sin\frac{\beta}{2},$$

получим

$$l_{OA} = \frac{h}{2\sin(\beta/2)}.$$

Из треугольника $OA_1B$ выразим по теореме косинусов расстояние между неподвижными опорами О и В:

$$l_{OB} = \sqrt{l_{OA}^2 + l^2 - 2 \cdot l_{OA} \cdot l \cdot \cos(180^o - \alpha)} = \sqrt{l_{OA}^2 + l^2 + 2 \cdot l_{OA} \cdot l \cdot \cos\alpha}.$$

Так как

$$\cos\alpha = \cos(90^o - \frac{\beta}{2}) = \sin\frac{\beta}{2},$$

получим

$$l_{OB} = \sqrt{l_{OA}^2 + l^2 + 2 \cdot l_{OA} \cdot l \cdot \sin(\beta/2)}.$$

## Задача 4. Кинематический анализ многоступенчатого зубчатого механизма

**Исходные данные:**

- схема многоступенчатой зубчатой передачи, изображённая на рисунке 29;
- числа зубьев колёс передачи (таблица 4);
- угловая скорость входного звена $\omega_1$ (таблица 5);
- модуль зубчатых колёс передачи $m$ (таблица 5);
- коэффициенты полезного действия с учётом потерь на трение как в зацеплениях зубьев, так и в подшипниках:
- для пары цилиндрических колёс $\eta_ц = 0{,}97$,
- для пары конических колёс $\eta_к = 0{,}95$,
- для планетарной передачи с внешними зацеплениями колёс $\eta_п = 0{,}5$,
- для планетарной передачи с внутренним зацеплением одной из пар колёс $\eta_п = 0{,}96$,
- для червячной передачи при одно-, двух- и трёхзаходном червяке соответственно $\eta_ч = 0{,}7$; 0,75 и 0,8;

Вариант схемы передачи на рисунке 29 выбирается по последней цифре шифра.

Вариант чисел зубьев колёс передачи выбирается из таблицы 4 по последней цифре шифра.

Величина $\omega_1$ угловой скорости входного звена и модуль $m$ зубчатых колёс передачи выбираются по предпоследней цифре шифра из таблицы 5.

**Необходимо выполнить следующее:**

1. Определить число ступеней;
2. Определить передаточное отношение каждой ступени;

3. Определить общее передаточное отношение от входного к выходному звену;

4. Определить угловую скорость выходного звена;

5. Определить общий коэффициент полезного действия многоступенчатой передачи;

6. Изобразить, соблюдая масштаб, схему зубчатой передачи.

Пример решения задачи 4 представлен на рисунке 30.

Таблица 4 – Числа зубьев колёс многоступенчатых передач

| Параметры | Варианты числовых значений | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $z_1$ | 16 | 20 | 22 | 19 | 24 | 20 | 22 | 24 | 18 | 26 |
| $z_2$ | 20 | 100 | 82 | 20 | 32 | 25 | 33 | 22 | 27 | 39 |
| $z_3$ | 15 | 18 | 24 | 38 | 88 | 20 | 20 | 30 | 20 | 20 |
| $z_4$ | 20 | 39 | 128 | 30 | 28 | 35 | 25 | 44 | 30 | 32 |
| $z_5$ | 45 | 37 | 18 | 60 | 40 | 23 | 30 | 21 | 36 | 84 |
| $z_6$ | 18 | 20 | 27 | 20 | 28 | 32 | 128 | 86 | 24 | 28 |
| $z_7$ | 37 | 18 | 20 | 32 | 96 | 24 | 48 | 28 | 18 | 25 |
| $z_8$ | 92 | 20 | 25 | 18 | 3 | 22 | 62 | 35 | 42 | 35 |
| $z_9$ | 3 | 27 | 3 | 34 | 30 | 30 | 142 | 20 | 18 | 20 |
| $z_{10}$ | 30 | 2 | 24 | 22 | - | 28 | 3 | 35 | 108 | 25 |
| $z_{11}$ | - | 24 | - | 33 | - | 35 | 27 | 2 | 3 | 2 |
| $z_{12}$ | - | - | - | 2 | - | 2 | - | 36 | 24 | 20 |
| $z_{13}$ | - | - | - | 28 | - | 26 | - | - | - | - |

Таблица 5 –Угловые скорости входного звена $\omega_I$ и модули $m$ зубчатых колёс передачи

| Параметры | Варианты числовых значений (предпоследняя цифра шифра) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $\omega_I$, рад/с | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
| $m$, мм | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |

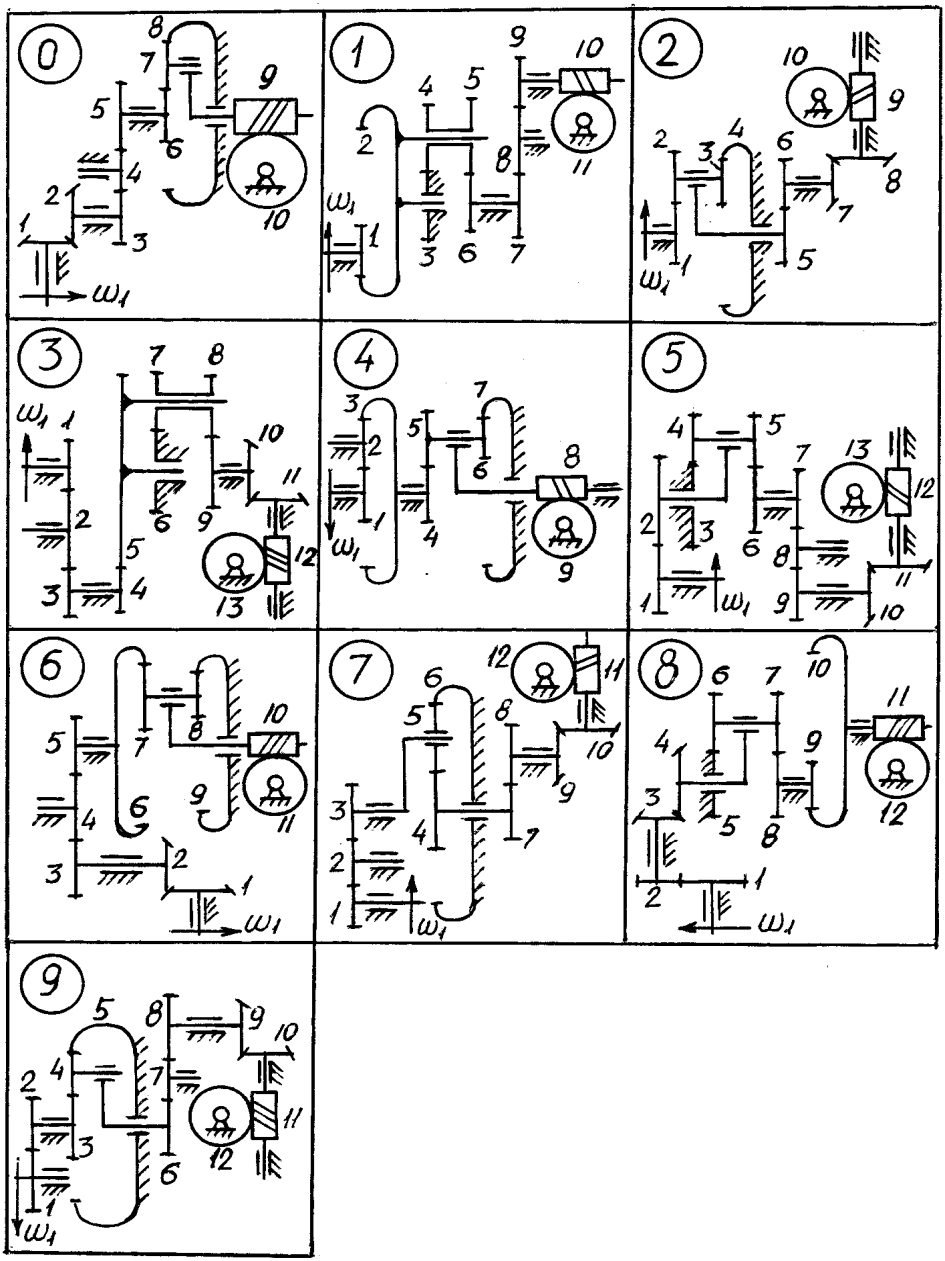
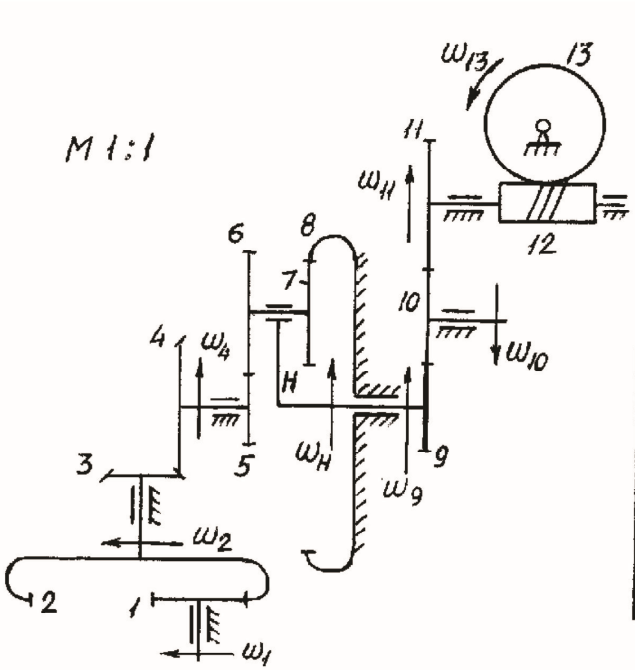



Рисунок 29 – Схемы зубчатых механизмов к задаче 4




| Дано | |
|---|---|
| $z_1$ | 21 |
| $z_2$ | 42 |
| $z_3$ | 16 |
| $z_4$ | 24 |
| $z_5$ | 16 |
| $z_6$ | 25 |
| $z_7$ | 23 |
| $z_8$ | 64 |
| $z_9$ | 18 |
| $z_{10}$ | 20 |
| $z_{11}$ | 27 |
| $z_{12}$ | 3п |
| $z_{13}$ | 27 |
| $\omega_1$ | $100\frac{рад}{с}$ |
| m | 1мм |

Передаточные отношения ступеней:

$U_{1,2}=z_2/z_1=42/21=2$, $U_{3,4}=z_4/z_3=24/16=1{,}5$,

$U_{5,H}=1-U^H_{5,8}=1-\left(-\frac{z_6}{z_5}\right)\left(\frac{z_8}{z_7}\right)=1-\left(-\frac{25}{16}\right)\left(\frac{64}{23}\right)=5{,}35$,

$U_{9,11}=z_{11}/z_9=27/18=1{,}5$, $U_{12,13}=z_{13}/z_{12}=27/3=9$.

Общее передаточное отношение:

$U_{1,13}=U_{1,2}\cdot U_{3,4}\cdot U_{5,H}\cdot U_{9,11}\cdot U_{12,13}=2\cdot 1{,}5\cdot 5{,}35\cdot 1{,}5\cdot 9=216$.

Угловая скорость звена 13: $\omega_{13}=\omega_1/U_{1,13}=100/216=0{,}46\frac{рад}{с}$.

К.п.д. передачи: $\eta=\eta_{1,2}\cdot\eta_{3,4}\cdot\eta_{5,H}\cdot\eta_{9,10}\cdot\eta_{10,11}\cdot\eta_{12,13}=$
$=0{,}97\cdot 0{,}95\cdot 0{,}96\cdot 0{,}97\cdot 0{,}97\cdot 0{,}8=0{,}665$.

| Изм. | Лист | № Документа | Подпись | Дата | Кинематика и К.П.Д. зубчатой передачи | Лист |
|---|---|---|---|---|---|---|

Рисунок 30 – Пример решения задачи 4

## Методические указания к выполнению задачи 4

Основной характеристикой зубчатого механизма является его передаточное отношение, т.е.

$$u_{kn} = \frac{\omega_k}{\omega_n},$$

где $\omega_k$ - угловая скорость входного вала,

$\omega_n$ - угловая скорость выходного вала.

Для плоских зубчатых механизмов передаточное отношение считается положительным, если направления угловых скоростей входного и выходного валов одинаковы. В противном случае передаточное отношение считается отрицательным. Для пространственных механизмов вопрос о знаке передаточного отношения не ставится.

Для простейших зубчатых передач, состоящих из пары зубчатых колёс, передаточное отношение определяется обратным отношением чисел зубьев колёс данной передачи. Например, для зубчатых передач, изображённых на рисунках 31, 32 и 33, передаточные отношения определяются соотношениями:

$$u_{12} = -\frac{z_2}{z_1}, \qquad u_{34} = \frac{z_4}{z_3}, \qquad u_{56} = \frac{z_6}{k_5},$$

где $z_1, z_2, z_3, z_4, z_6$ - числа зубьев колёс передачи,

$k_5$ – число заходов резьбы червяка.

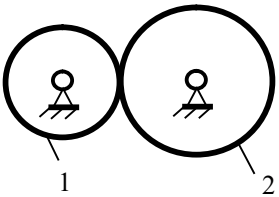



Рисунок 31 – Зубчатая передача с внешним зацеплением колёс

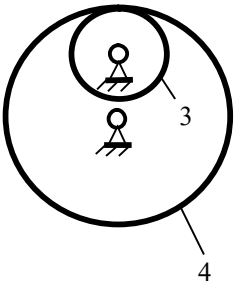



Рисунок 32 – Зубчатая передача с внутренним зацеплением колёс

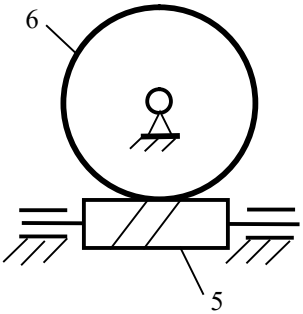



Рисунок 33 - Червячная передача

Передаточное отношение планетарной передачи от центрального колеса $n$ к водилу $H$ при неподвижном центральном колесе $k$ определяется формулой

$$u_{nH} = 1 - u^H_{nk},$$

где $u^H_{nk}$ - передаточное отношение обращённого механизма с неподвижным водилом $H$ от колеса $n$ к колесу $k$.

Для планетарных передач, изображённых на рисунке 34, передаточные отношения определяются следующими соотношениями.

Для однорядной планетарной передачи (рисунок 34а):

$$u_{1H} = 1 - u_{13}^{H} = 1 - (-\frac{z_2}{z_1}) \cdot (\frac{z_3}{z_2}) = 1 + \frac{z_3}{z_1}.$$

Для планетарной передачи с двумя внешними зацеплениями (рисунок 34б):

$$u_{1H} = 1 - u_{14}^{H} = 1 - (-\frac{z_2}{z_1}) \cdot (-\frac{z_4}{z_3}) = 1 - \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}.$$

Для планетарной передачи с внешним и внутренним зацеплениями (рисунок 34в):

$$u_{1H} = 1 - u_{14}^{H} = 1 - (-\frac{z_2}{z_1}) \cdot (\frac{z_4}{z_3}) = 1 + \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}.$$

Для планетарной передачи с двумя внутренними зацеплениями (рисунок 34г):

$$u_{1H} = 1 - u_{14}^{H} = 1 - (\frac{z_2}{z_1}) \cdot (\frac{z_4}{z_3}) = 1 - \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}.$$

Здесь $z_1, z_2, z_3, z_4$ - числа зубьев колёс передач.

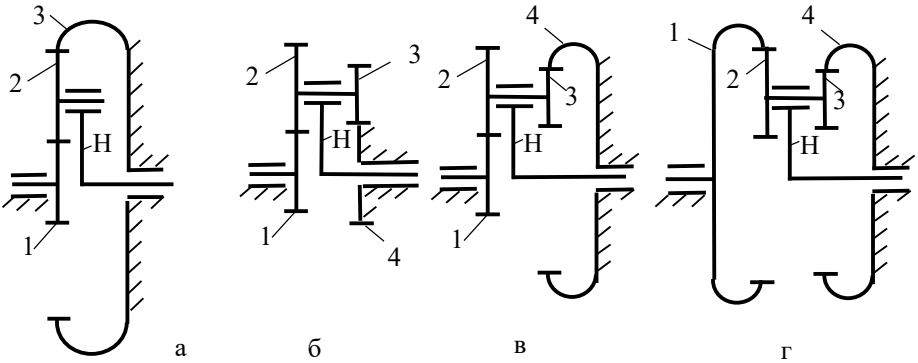



Рисунок 34 – Схемы различных планетарных передач

Передаточное отношение планетарной передачи от водила *H* к центральному колесу *1* определяется соотношением

$$u_{H1} = \frac{1}{u_{1H}}.$$

Передаточное отношение многоступенчатой зубчатой передачи равно произведению передаточных отношений отдельных ступеней, входящих в состав передачи.

Например,

$$u_{14} = u_{12} \cdot u_{23} \cdot u_{34},$$

где $u_{14}$ – общее передаточное отношение механизма,

$u_{12}$, $u_{23}$, $u_{34}$ – передаточные отношения отдельных ступеней.

## Задача 5. Силовой расчёт механизма

**Исходные данные:**

- структурная схема плоского рычажного механизма,
- размеры звеньев механизма, выраженные через $a$,
- угол $\varphi_1$, определяющий положение начального звена $OA$,
- угловая скорость $\omega_1$ начального звена $OA$,
- внешняя сила $P$, действующая на выходное звено механизма,
- диаметры цапф во вращательных парах механизма $d = 0{,}1 \cdot l_{OA}$.

Вариант структурной схемы механизма на рисунке 35 выбирают по последней цифре шифра. Значения величин $a$, $\varphi_1$, $\omega_1$ и $P$ выбирают из таблицы 6 по предпоследней цифре шифра.

**Необходимо выполнить следующее:**

1. Построить с учётом масштаба план положения механизма;
2. Построить план скоростей механизма и найти направления и величины угловых скоростей звеньев;
3. Построить отдельно с учётом масштаба схему структурной группы и показать силы, действующие на звенья группы. Действие отброшенных звеньев заменить реакциями линии, действия которых определить с помощью теоремы о трёх силах;
4. Составить уравнение равновесия структурной группы в форме векторной суммы сил, действующих на группу;
5. Используя уравнение равновесия группы, построить с учётом масштаба план сил, действующих на звенья группы. Определить величину и направление каждой реакции;
6. Построить отдельно с учётом масштаба схему начального звена и показать силы, действующие на него, включая уравновешивающий момент и реакцию стойки. Составить уравнение равновесия начального звена в форме суммы моментов сил и найти величину и направление уравновешивающего момента, действующего на начальное звено;
7. Определить потери мощности на преодоление сил трения во всех кинематических парах механизма;
8. Определить мгновенный коэффициент полезного действия механизма.

Пример выполнения задачи 5 представлен на рисунке 36.

Таблица 6 – Числовые значения параметров механизма

| Параметры | Варианты числовых значений (предпоследняя цифра шифра) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $a$, м | 0,10 | 0,11 | 0,12 | 0,13 | 0,14 | 0,15 | 0,16 | 0,17 | 0,18 | 0,19 |
| $\varphi$, градусов | 30 | 45 | 60 | 120 | 135 | 210 | 225 | 240 | 300 | 330 |
| $\omega_1$, рад/с | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| $P$, Н | 100 | 110 | 120 | 130 | 140 | 150 | 160 | 170 | 180 | 190 |

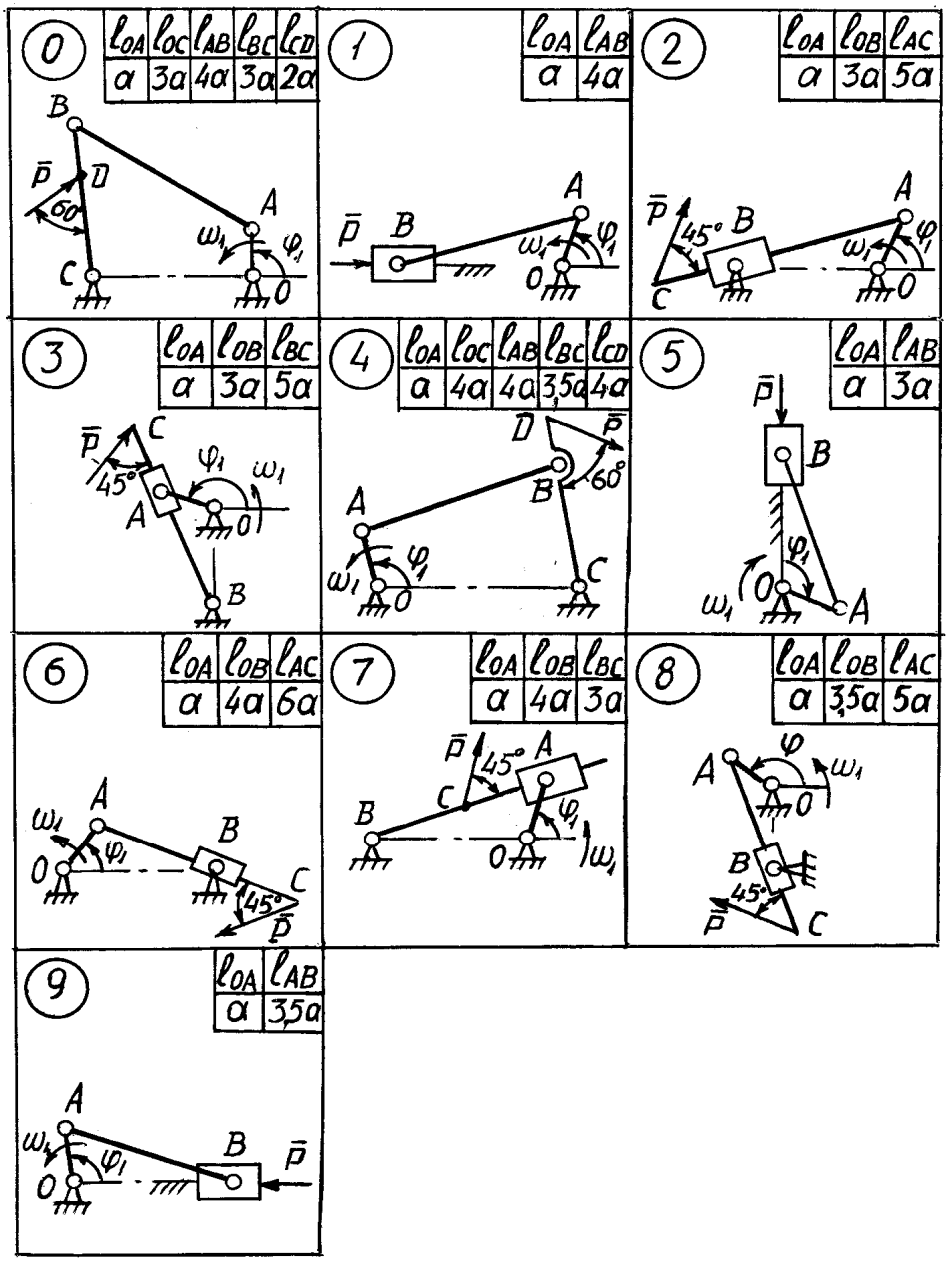



Рисунок 35- Схемы механизмов к задаче 5

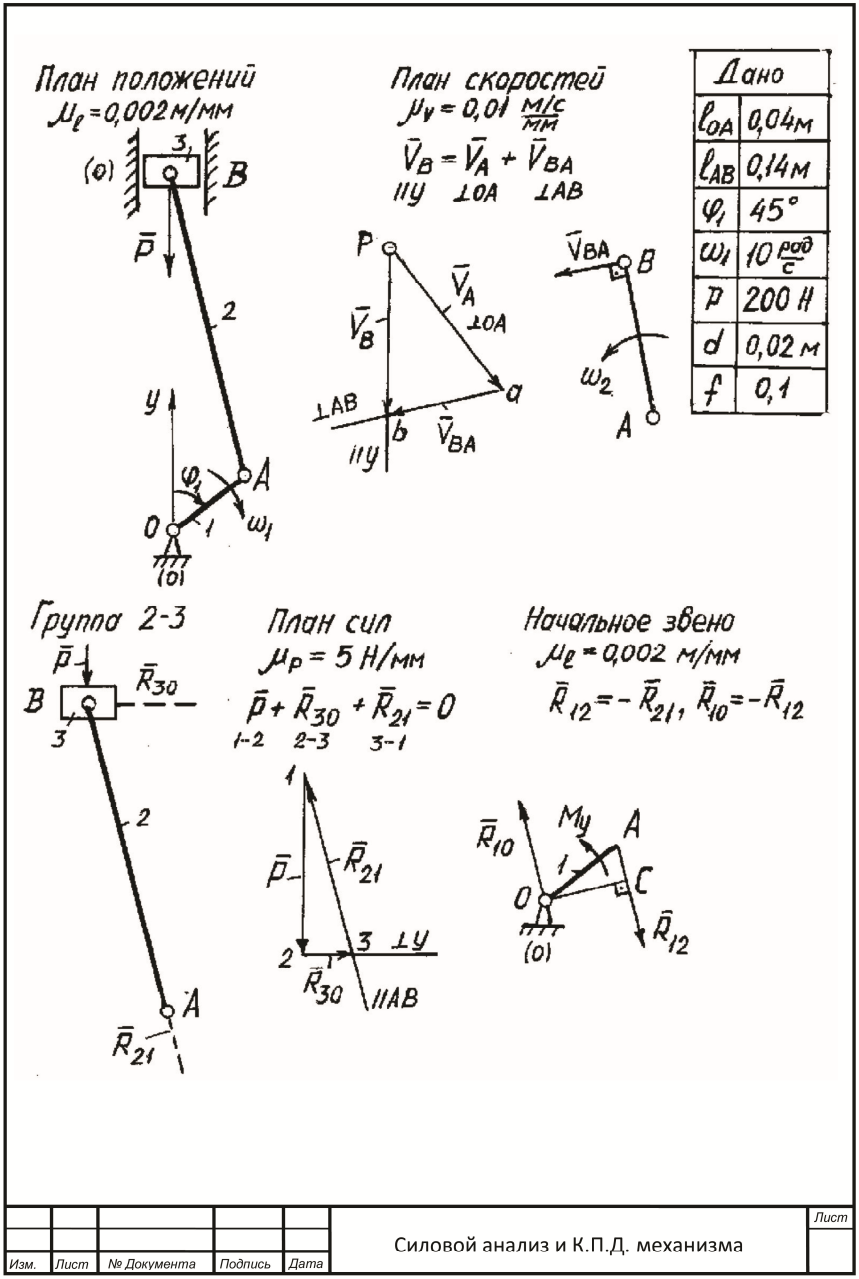



Рисунок 36 - Пример решения задачи 5

Скорости точек и звеньев:

$$V_A = \ell_{OA} \cdot \omega_1 = 0{,}04 \cdot 10 = 0{,}4 \text{ м/с},$$

$$V_B = pb \cdot \mu_V = 37 \cdot 0{,}01 = 0{,}37 \text{ м/с},$$

$$V_{BA} = ab \cdot \mu_V = 25 \cdot 0{,}01 = 0{,}25 \text{ м/с},$$

$$\omega_2 = V_{BA} / \ell_{AB} = 0{,}25 / 0{,}14 = 1{,}78 \text{ рад/с},$$

$$\omega_{12} = \omega_1 + \omega_2 = 10 + 1{,}78 = 10{,}78 \text{ рад/с}.$$

Реакции в кинематических парах:

$$(1\text{-}2) = P / \mu_P = 200/5 = 40 \text{ мм},$$

$$R_{21} = (1\text{-}3) \cdot \mu_P = 42 \cdot 5 = 210 \text{ Н},$$

$$R_{30} = (2\text{-}3) \cdot \mu_P = 10 \cdot 5 = 50 \text{ Н},$$

$$\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{21}, \quad \bar{R}_{10} = -\bar{R}_{21}.$$

Уравновешивающий момент:

$$M_y = R_{12} \cdot \ell_{OC} = 210 \cdot 0{,}036 = 7{,}56 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}, \quad \ell_{OC} = OC \cdot \mu_\ell = 18 \cdot 0{,}002 = 0{,}036 \text{ м}.$$

Мощность сил трения:

Пара 0-3: $N_{03} = f \cdot R_{03} \cdot V_B = 0{,}1 \cdot 50 \cdot 0{,}37 = 1{,}85$ Вт,

Пара 2-3: $N_{23} = (f \cdot R_{23} \cdot d/2) \cdot \omega_2 = (0{,}1 \cdot 210 \cdot 0{,}02/2) \cdot 1{,}78 = 1{,}49$ Вт,

Пара 1-2: $N_{12} = (f \cdot R_{12} \cdot d/2) \cdot \omega_{12} = (0{,}1 \cdot 210 \cdot 0{,}02/2) \cdot 10{,}78 = 19{,}9$ Вт,

Пара 1-0: $N_{10} = (f \cdot R_{10} \cdot d/2) \cdot \omega_1 = (0{,}1 \cdot 210 \cdot 0{,}02/2) \cdot 10 = 8{,}4$ Вт.

Приведённый момент сил трения:

$$M_{тр} = \frac{\Sigma N_{тр}}{\omega_1} = \frac{N_{03} + N_{23} + N_{12} + N_{10}}{\omega_1} = \frac{1{,}85 + 1{,}49 + 19{,}9 + 8{,}4}{10} = 3{,}16 \text{ Нм}.$$

К.п.д. механизма: $\eta = 1 - \frac{M_{тр}}{M_д} = 1 - \frac{3{,}16}{7{,}56} = 0{,}58, \quad M_д = M_y.$

| Изм. | Лист | № Документа | Подпись | Дата | Силовой анализ и К.П.Д. механизма | Лист |
|---|---|---|---|---|---|---|

Рисунок 36 - Пример решения задачи 5 (продолжение)

## Методические указания к выполнению задачи 5

Силовой расчёт плоского рычажного механизма сводится к силовому расчёту отдельных структурных групп, входящих в состав механизма, и завершается силовым расчётом начального звена.

Так как структурная группа обладает статической определимостью, то при её силовом расчёте можно использовать уравнения равновесия статики. Для определения линий действия сил, действующих на группу, в задаче 5 можно воспользоваться теоремой из курса теоретической механики о трёх силах. Существо этой теоремы заключается в том, что линии действия трёх сил, действующих на твёрдое тело, находящееся в равновесии, пересекаются в одной точке.

Рассмотрим, например, структурную группу первого вида, изображённую на рисунке 37. На группу действуют заданная по величине и направлению внешняя сила $\bar{P}$ и реакции со стороны отброшенных звеньев $\bar{R}_{21}$ и $\bar{R}_{30}$, которые необходимо определить по величине и направлению.

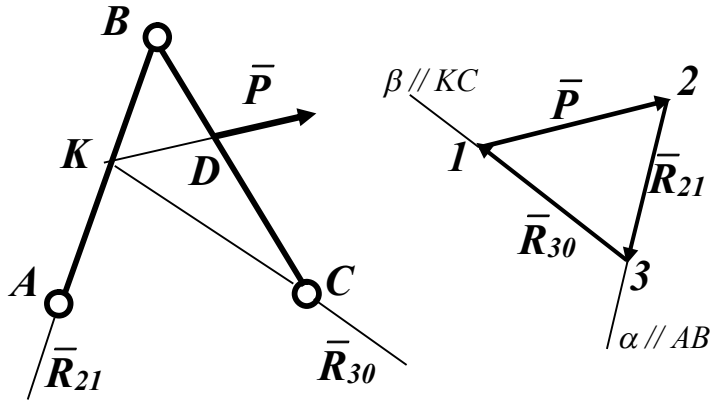



Рисунок 37 – Силы, действующие на структурную группу первого вида

Линия действия реакции $\bar{R}_{21}$ без учёта сил тяжести и сил инерции звеньев направлена вдоль АВ и пересекается в точке К с линией действия заданной силы $\bar{P}$. Следовательно, линия действия реакции $\bar{R}_{30}$ , приложенной в центре шарнира С, проходит также через точку К.

Составим уравнение равновесия структурной группы в форме векторной суммы сил.

$$\bar{P} + \bar{R}_{21} + \bar{R}_{30} = 0.$$

Используя это уравнение, построим на рисунке 37 план сил, действующих на структурную группу. Для этого изобразим сначала заданную по величине и направлению внешнюю силу $\bar{P}$ . Затем проведём через точку 2 линию $\alpha$ параллельно АВ и через точку 1 линию $\beta$ параллельно КС. Линии $\alpha$ и $\beta$ пересекаются в точке 3, кото-

рая является концом вектора $\bar{R}_{21}$ и началом вектора $\bar{R}_{30}$. Построив, таким образом, в определённом масштабе план сил, получим реакции $\bar{R}_{21}$ и $\bar{R}_{30}$.

На рисунке 38 изображена схема структурной группы второго вида. На группу действуют заданная по величине и направлению внешняя сила $\bar{P}$ и реакции со стороны отброшенных звеньев $\bar{R}_{21}$ и $\bar{R}_{30}$, которые необходимо определить. Линия действия реакции $\bar{R}_{30}$ перпендикулярна направляющей s поступательной пары, образованной звеньями 3 и 0 (например, стойкой). Из условия равновесия отдельного звена 3 следует, что реакция $\bar{R}_{30}$ проходит через центр шарнира В. Таким образом, линии действия сил $\bar{P}$ и $\bar{R}_{30}$ пересекаются в точке В. Следовательно, третья сила, то есть реакция $\bar{R}_{21}$ при равновесии группы без учёта сил тяжести и сил инерции звеньев также проходит через точку В.

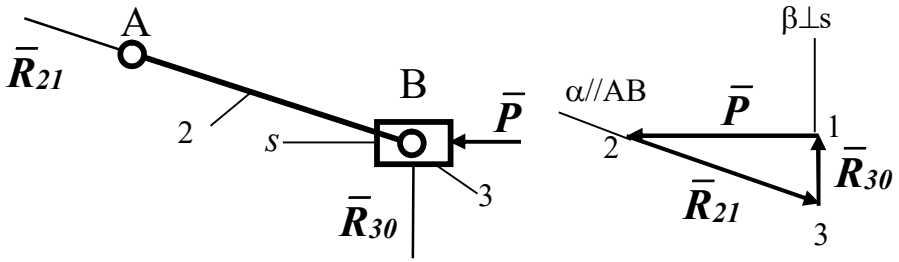



Рисунок 38 - Силы, действующие на структурную группу второго вида

Составим уравнение равновесия структурной группы в форме векторной суммы сил.

$$\bar{P} + \bar{R}_{21} + \bar{R}_{30} = 0.$$

Используя это уравнение, построим на рисунке 38 план сил, действующих на структурную группу. Для этого изобразим сначала заданную по величине и направлению внешнюю силу $\bar{P}$. Затем проведём через точку 2 линию $\alpha$ параллельно АВ и через точку 1 линию $\beta$ перпендикулярно направляющей s. Линии $\alpha$ и $\beta$ пересекаются в точке 3, которая является концом вектора $\bar{R}_{21}$ и началом вектора $\bar{R}_{30}$. Построив, таким образом, в определённом масштабе план сил, получим реакции $\bar{R}_{21}$ и $\bar{R}_{30}$.

Рассмотрим структурную группу третьего вида, изображённую на рисунке 39.

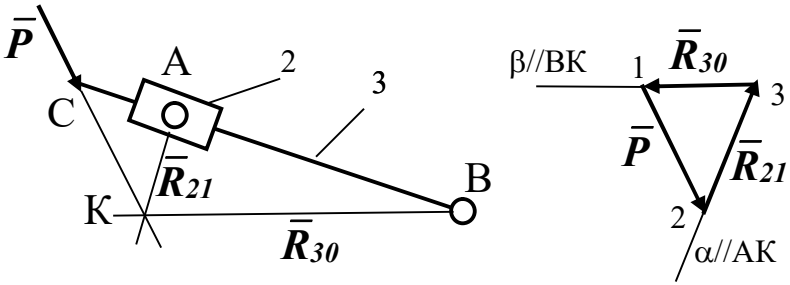



Рисунок 39 - Силы, действующие на структурную группу третьего вида

На группу действуют заданная по величине и направлению внешняя сила $\bar{P}$ и реакции со стороны отброшенных звеньев $\bar{R}_{21}$ и $\bar{R}_{30}$, которые необходимо определить. Из условия равновесия отдельного звена 2 следует, что реакция $\bar{R}_{21}$ проходит через центр шарнира А и направлена перпендикулярно направляющей АВ поступательной пары, образованной звеньями 2 и 3. Линии действия сил $\bar{P}$ и $\bar{R}_{21}$ пересекаются в точке К. Следовательно, третья сила, то есть реакция $\bar{R}_{30}$, при равновесии группы без учёта сил тяжести и сил инерции звеньев так же проходит через точку К.

Составим уравнение равновесия структурной группы в форме векторной суммы сил.

$$\bar{P} + \bar{R}_{21} + \bar{R}_{30} = 0.$$

Используя это уравнение, построим на рисунке 39 план сил, действующих на структурную группу. Для этого изобразим сначала заданную по величине и направлению внешнюю силу $\bar{P}$. Затем проведём через точку 2 линию $\alpha$ параллельно АК и через точку 1 линию $\beta$ параллельно ВК. Линии $\alpha$ и $\beta$ пересекаются в точке 3, которая является концом вектора $\bar{R}_{21}$ и началом вектора $\bar{R}_{30}$. Построив, таким образом, в определённом масштабе план сил, получим реакции $\bar{R}_{21}$ и $\bar{R}_{30}$.

Силовой расчёт механизма заканчивается силовым расчётом начального звена. На рисунке 40 изображена схема сил, действующих на начальное звено ОА. В точке А на звено 1 со стороны отброшенного звена 2 действует реакция $\bar{R}_{12}$, которая определена ранее. Причём $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$. Кроме этого на звено1 действуют реакция стойки $\bar{R}_{10}$, которая определяется из условия равновесия звена, т е. $\bar{R}_{10} = -\bar{R}_{21}$, и уравновешивающий момент $M_y$, подлежащий определению.

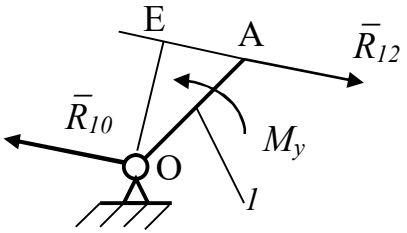



Рисунок 40 – Силы, действующие на звено 1

Составим уравнение равновесия звена 1 в форме суммы моментов сил относительно точки О.

$$\Sigma M_O = M_y - R_{12} \cdot l_{OE} = 0.$$

Откуда

$$M_y = R_{12} \cdot l_{OE},$$

где $l_{OE}$ – плечо силы $\bar{R}_{12}$ относительно точки О.

## Задача 6. Рычаг Н.Е. Жуковского

**Исходные данные:**

- структурная схема плоского рычажного механизма,
- размеры звеньев механизма, выраженные через $a$,
- угол $\varphi_1$, определяющий положение начального звена $OA$,
- внешняя сила $P$, и момент $M$ действующие на звенья механизма.

Вариант структурной схемы механизма на рисунке 41 выбирается по последней цифре шифра. Значения величин $a$, $\varphi_1$, $P$ и $M$ выбираются из таблицы 7 по предпоследней цифре шифра.

**Необходимо определить следующее:**

1. Построить с учётом масштаба план положения механизма;
2. Построить рычаг Жуковского для данного механизма;
3. Перенести силы, действующие на механизм, в соответствующие точки рычага Жуковского;
4. Составить уравнение равновесия рычага Жуковского в форме суммы моментов сил относительно полюса и определить уравновешивающую силу, а затем и уравновешивающий момент, действующий на начальное звено механизма.

Таблица 7 – Числовые значения параметров механизма

| Параметры | Варианты числовых значений (предпоследняя цифра шифра) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $a$, м | 0,20 | 0,21 | 0,22 | 0,23 | 0,24 | 0,25 | 0,26 | 0,27 | 0,28 | 0,29 |
| $\varphi$, градусов | 30 | 45 | 60 | 30 | 45 | 60 | 30 | 45 | 60 | 30 |
| $P$, Н | 200 | 210 | 220 | 230 | 240 | 250 | 260 | 270 | 280 | 290 |
| $M$, Н·м | 100 | 110 | 120 | 130 | 140 | 150 | 160 | 170 | 180 | 190 |

Пример решения задачи 6 представлен на рисунке 42.

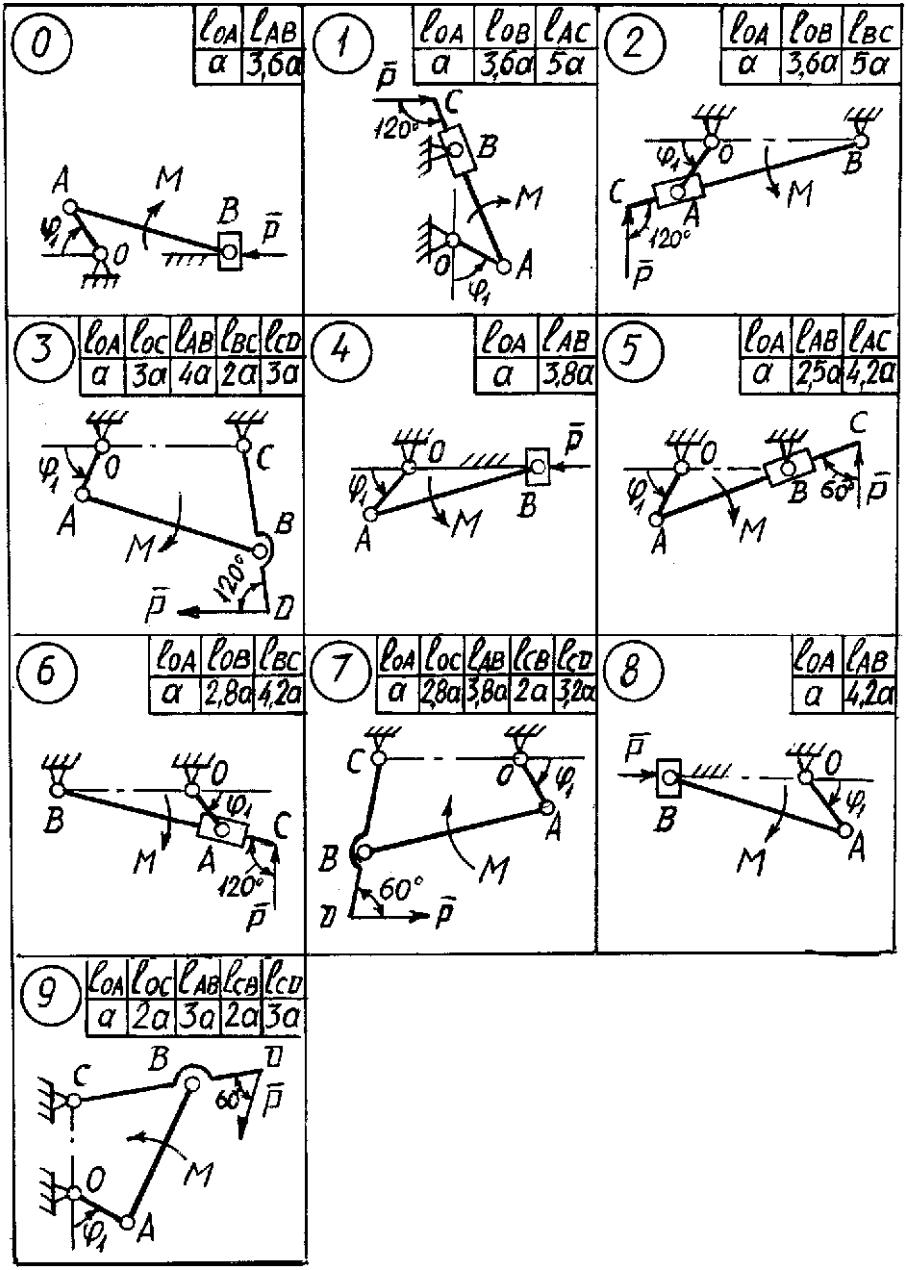
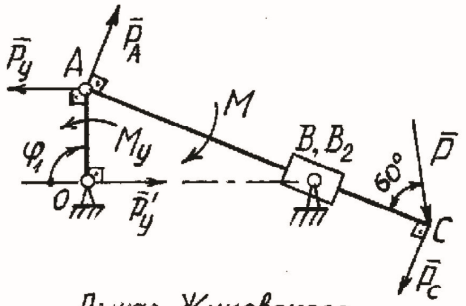


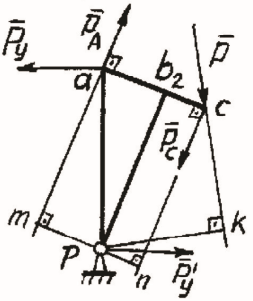

Рисунок 41 – Схемы механизмов к задаче 6

| Дано | |
|---|---|
| $l_{OA}$ | 0,02 м |
| $l_{OB}$ | 0,05 м |
| $l_{AC}$ | 0,08 м |
| $\varphi$ | 90° |
| $P$ | 50 Н |
| $M$ | 8 Нм |

План положений $\mu_l = 0{,}001$ м/мм




Рычаг Жуковского




$$P_A = P_C = \frac{M}{l_{AC}} = \frac{8}{0{,}08} = 100 \text{ Н}$$

$$\sum M_P = P_y \cdot pa - P_A \cdot pm - P_C \cdot pn - P \cdot pk = 0,$$

$$P_y = \frac{P_A \cdot pm + P_C \cdot pn + P \cdot pk}{pa} = \frac{100 \cdot 16 + 100 \cdot 9 + 50 \cdot 27}{40} = 96 \text{ Н},$$

$$M_y = P_y \cdot l_{OA} = 96 \cdot 0{,}02 = 1{,}92 \text{ Н·м}.$$

| Изм. | Лист | № Документа | Подпись | Дата | Рычаг Жуковского | Лист |
|---|---|---|---|---|---|---|

Рисунок 42 – Пример выполнения задачи 6

## Методические указания к выполнению задачи 6

*Рычагом* называется жёсткая система (ферма), имеющая неподвижную ось вращения.

*Рычагом Н.Е. Жуковского* для данного механизма называется жёсткая ферма, имеющая вид повёрнутого на 90° (в любую сторону) плана скоростей механизма, и закреплённого в полюсе.

*Теорема Н.Е. Жуковского о рычаге* заключается в следующем. Если силы, действующие на механизм, перенести, не меняя их направления, в соответствующие точки рычага Жуковского, то при равновесии механизма рычаг Жуковского также будет находиться в равновесии.

Если на звенья механизма кроме сил действуют моменты сил, то каждый из них необходимо предварительно заменить парой сил, точки приложения и направления которых можно выбрать произвольно.

Теорему Н.Е. Жуковского о рычаге применяют для нахождения уравновешивающей силы, действующей на механизм.

Рассмотрим пример.

На механизм, изображённый на рисунке 43, действуют внешние сила $\bar{P}$ и момент $M$. Необходимо найти уравновешивающий момент $M_y$, приложенный к начальному звену ОА механизма.

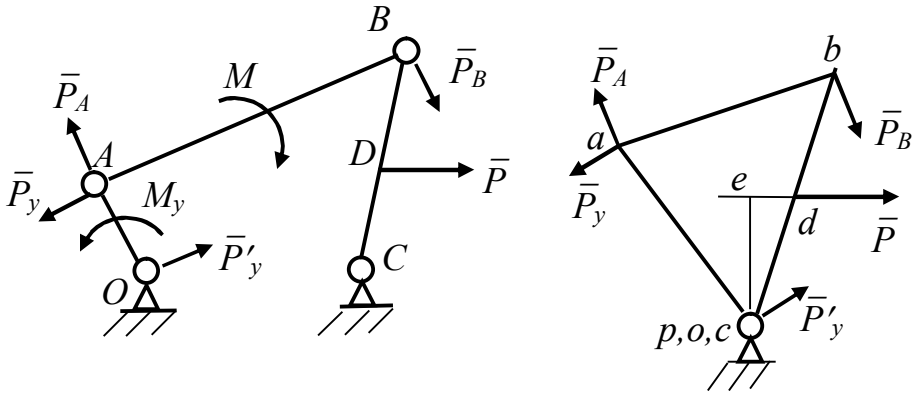



Рисунок 44 – Схема механизма и рычаг Жуковского

Заданный момент $M$, действующий на звено АВ, заменим парой сил $\bar{P}_A$ и $\bar{P}_B$, приложив их в точках А и В соответственно. Направления сил $\bar{P}_A$ и $\bar{P}_B$ примем перпендикулярным к АВ, учитывая направление момента $M$. Причём

$P_A = P_B = M / l_{AB}$.

Искомый уравновешивающий момент $M_y$, приложенный к звену ОА, также заменим парой сил $\bar{P}_y$ и $\bar{P}'_y$, приложив их в точках А и О соответственно. Направления линий действия сил $\bar{P}_y$ и $\bar{P}'_y$ примем перпендикулярными ОА, одна-

ко направление момента этой пары сил пока неизвестно. Поэтому примем направление момента $\boldsymbol{M_У}$ и заменяющей пары сил произвольными, например, против направления вращения часовой стрелки.

На рисунке 44 построим в произвольном масштабе рычаг Жуковского для данного механизма. Перенесём все силы, действующие на механизм, в соответствующие точки рычага Жуковского.

Составим уравнение равновесия рычага Жуковского в форме суммы моментов сил относительно полюса *p*.

$$\Sigma M_P = P_У \cdot pa - P_A \cdot ab - P \cdot pe = 0,$$

откуда

$$P_У = (P_A \cdot ab + P \cdot pe) / pa,$$

где *ab, pe* и *pa* – длины отрезков, изображающих плечи сил относительно полюса *p*, измеряемые в миллиметрах на рычаге Жуковского.

Если величина $P_У$ при расчёте получится отрицательной, то предварительно принятое направление момента $\boldsymbol{M_У}$ и пары сил $\boldsymbol{\bar{P}_У}$ и $\boldsymbol{\bar{P}'_У}$ необходимо изменить на противоположное.

Уравновешивающий момент $\boldsymbol{M_У}$ определяется по формуле

$$M_У = P_У \cdot l_{OA}\ .$$

## Задача 7. Приведение сил и масс

**Исходные данные:**

- структурная схема плоского рычажного механизма,
- размеры звеньев механизма,
- угол $\varphi_1$, определяющий положение начального звена *OA*,
- массы и центральные моменты инерции подвижных звеньев,
- внешняя сила *P* и момент *M*, действующие на звенья механизма,

Вариант структурной схемы механизма выбирают на рисунке 45 по последней цифре шифра.

Значения размеров звеньев, масс звеньев $m_1$, $m_2$, $m_3$ и центральных моментов инерции звеньев $J_{S1}$, $J_{S2}$ и $J_{S1}$ выбираются из таблицы 8 по последней цифре шифра.

Величины угла $\varphi_1$, силы *P* и момента *M* выбираются из таблицы 9 по предпоследней цифре шифра.

**Необходимо выполнить следующее:**

1. Построить с учётом масштаба план положения механизма;
2. Построить в произвольном масштабе план скоростей механизма;
3. Определить приведённый к начальному звену момент инерции механизма;
4. Определить приведённый к начальному звену момент сил механизма.

Пример выполнения задачи 7 представлен на рисунке 46.

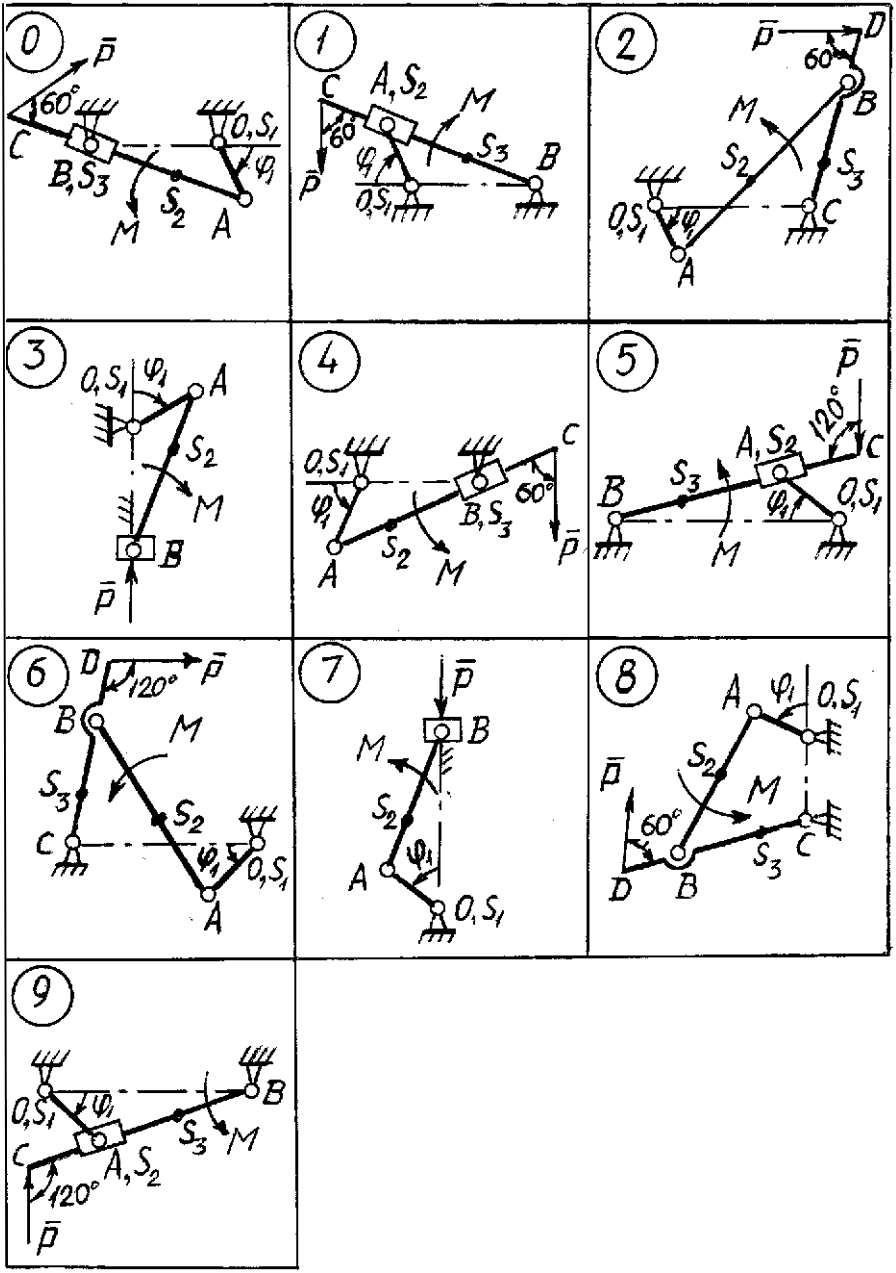



Рисунок 45 – Схемы механизмов и сил, действующих на звенья к задаче 7

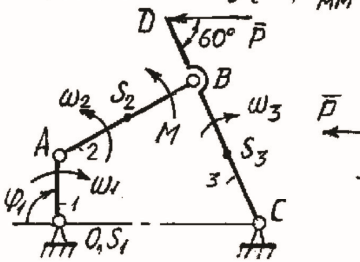
Таблица 8 – Числовые значения размеров и масс звеньев механизма

| Параметры | Варианты числовых значений (последняя цифра шифра) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $l_{OA}$, м | 0,12 | 0,15 | 0,10 | 0,14 | 0,15 | 0,16 | 0,14 | 0,12 | 0,11 | 0,15 |
| $l_{AB}$, м | - | - | 0,50 | 0,35 | - | - | 0,42 | 0,32 | 0,34 | - |
| $l_{BC}$, м | - | 0,45 | 0,25 | - | - | 0,70 | 0,25 | - | 0,26 | 0,65 |
| $l_{OC}$, м | - | - | 0,50 | - | - | - | 0,35 | - | 0,17 | - |
| $l_{AC}$, м | 0,50 | - | - | - | 0,48 | - | - | - | - | - |
| $l_{OB}$, м | 0,25 | 0,24 | - | - | 0,22 | 0,60 | - | - | - | 0,55 |
| $l_{CD}$, м | - | - | 0,35 | - | - | - | 0,36 | - | 0,40 | - |
| $l_{AS2}$, м | 0,15 | - | 0,20 | 0,12 | 0,14 | - | 0,18 | 0,10 | 0,15 | - |
| $l_{BS3}$, м | - | 0,15 | - | - | - | 0,14 | - | - | - | 0,15 |
| $l_{CS3}$, м | - | - | 0,10 | - | - | - | 0,10 | - | 0,10 | - |
| $m_1$, кг | 1,0 | 1,2 | 0,8 | 1,2 | 1,3 | 1,6 | 1,2 | 1,0 | 0,8 | 1,5 |
| $m_2$, кг | 5,0 | 0,6 | 5,0 | 3,5 | 5,0 | 0,8 | 4,2 | 3,0 | 3,4 | 1,0 |
| $m_3$, кг | - | 4,5 | 3,5 | 2,0 | - | 6,0 | 3,6 | 0,8 | 4,0 | 6,5 |
| $J_{S1}$, кг·м$^2$ | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 |
| $J_{S2}$, кг·м$^2$ | 0,01 | 0,02 | 0,02 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,02 | 0,02 | 0,01 |
| $J_{S3}$, кг·м$^2$ | 0,02 | 0,04 | 0,04 | - | 0,01 | 0,02 | 0,03 | - | 0,04 | 0,04 |

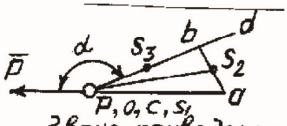
Таблица 9 – Числовые значения угла $\varphi$ и сил, действующих на звенья механизма

| Параметры | Варианты числовых значений (предпоследняя цифра шифра) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $\varphi$, градусов | 30 | 45 | 60 | 30 | 45 | 60 | 30 | 45 | 60 | 30 |
| $P$, Н | 200 | 210 | 220 | 230 | 240 | 250 | 260 | 270 | 280 | 290 |
| $M$, Н·м | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |

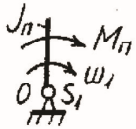
План положений $\mu_\ell = 0{,}01 \frac{м}{мм}$




План скоростей




Звено приведения




| Дано | |
|---|---|
| $\ell_{OA}$ | 0,15 м |
| $\ell_{OC}$ | 0,45 м |
| $\ell_{AB}$ | 0,36 м |
| $\ell_{BC}$ | 0,36 м |
| $\ell_{CD}$ | 0,5 м |
| $\ell_{AS_2}$ | 0,18 м |
| $\ell_{CS_3}$ | 0,18 м |
| $\varphi_1$ | 90° |
| $m_1$ | 1,5 кг |
| $m_2$ | 3,6 кг |
| $m_3$ | 5,0 кг |
| $J_{S1}$ | 0,2 кг·м² |
| $J_{S2}$ | 0,4 кг·м² |
| $J_{S3}$ | 0,5 кг·м² |
| P | 100 Н |
| M | 150 Нм |

Кинетическая энергия механизма:

$$T = J_п \frac{\omega_1^2}{2} = T_1 + T_2 + T_3,$$

$$T_1 = J_{01}\frac{\omega_1^2}{2}, \quad T_2 = m_2\frac{V_{S2}^2}{2} + J_{S2}\frac{\omega_2^2}{2}, \quad T_3 = J_{C3}\frac{\omega_3^2}{2},$$

$$J_{01} = J_{S1}, \quad J_{C3} = J_{S3} + m_3 \cdot \ell_{CS_3}^2,$$

$$\omega_1 = V_A/\ell_{OA} = pa \cdot \mu_V/\ell_{OA}, \quad \omega_2 = V_{BA}/\ell_{AB} = ab \cdot \mu_V/\ell_{AB},$$

$$\omega_3 = V_B/\ell_{BC} = pb \cdot \mu_V/\ell_{BC}, \quad V_{S2} = ps_2 \cdot \mu_V.$$

Приведённый момент инерции:

$$J_п = \frac{T}{\omega_1^2/2} = J_{S1} + m_2\left(\frac{ps_2}{pa}\right)^2 \ell_{OA}^2 + J_{S2}\left(\frac{ab}{pa}\right)^2\left(\frac{\ell_{OA}}{\ell_{AB}}\right)^2 + \left(J_{S3} + m_3\ell_{CS_3}^2\right)\left(\frac{pb}{pa}\right)^2\left(\frac{\ell_{OA}}{\ell_{BC}}\right)^2 =$$

$$= 0{,}2 + 3{,}6\left(\frac{28}{30}\right)^2 \cdot 0{,}15^2 + 0{,}4\left(\frac{12}{30}\right)^2\left(\frac{0{,}15}{0{,}36}\right)^2 + \left(0{,}5 + 5 \cdot 0{,}18^2\right)\left(\frac{27}{30}\right)^2\left(\frac{0{,}15}{0{,}36}\right)^2 = 0{,}37\ кг \cdot м^2$$

Приведение сил: $M_п \cdot \omega_1 = \sum_1^n N_i = N_1 + N_2$,

$$N_1 = M\omega_2, \quad N_2 = P \cdot V_D \cdot \cos(\bar{P}, \bar{V}_D), \quad V_D = pd \cdot \mu_V, \quad \measuredangle(\bar{P}, \bar{V}_D) = \alpha,$$

Приведённый момент сил: $M_п = (N_1 + N_2)/\omega_1 = (M\omega_2 + P \cdot V_D \cos\alpha)/\omega_1 =$

$$= M\frac{ab}{pa}\frac{\ell_{OA}}{\ell_{AB}} + P\frac{pd}{pa} \cdot \cos\alpha \cdot \ell_{OA} = 150\frac{12 \cdot 0{,}15}{30 \cdot 0{,}36} + 100\frac{36}{30}\cos 158^\circ \cdot 0{,}15 = 9\ Нм$$

| Изм. | Лист | № Документа | Подпись | Дата | Приведение сил и масс | Лист |
|---|---|---|---|---|---|---|

Рисунок 46 – Пример выполнения задачи 7

## Методические указания к выполнению задачи 7

Исследование движения механизма с одной степенью свободы под действием заданных сил можно заменить исследованием движения одного звена, которое называется *звеном приведения*. Силы, действующие на механизм, при этом заменяются приведённым моментом сил $\boldsymbol{M_П}$, а массы звеньев механизма – приведённым моментом инерции $\boldsymbol{J_П}$ механизма.

Величина $\boldsymbol{M_П}$ определяется из условия равенства мгновенной мощности приведённого момента сил сумме мгновенных мощностей приводимых сил, т. е.

$$M_П \cdot \omega = \sum_1^k N_i.$$

Откуда

$$M_П = \frac{\sum_1^k N_i}{\omega},$$

где $\omega$ - угловая скорость звена приведения,

$N_i$ – мгновенная мощность приводимой силы с номером *i,* действующей на механизм,

$k$ – общее число приводимых сил.

Величина $\boldsymbol{J_П}$ определяется из условия равенства кинетической энергии звена приведения сумме кинетических энергий подвижных звеньев механизма, т. е.

$$J_П \frac{\omega^2}{2} = \sum_1^n T_i.$$

Откуда

$$J_П = \frac{\sum_1^n T_i}{\omega^2/2},$$

где $T_i$ - кинетическая энергия звена *i,*

$n$ - число подвижных звеньев механизма.

Рассмотрим определение мощности сил для разных случаев.

Мощность момента $\boldsymbol{M}$, приложенного к звену, которое вращается с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$, определяется по формуле

$$N = M \cdot \omega.$$

Мощность силы $\bar{\boldsymbol{P}}$, приложенной к точке, которая движется со скоростью $\bar{\boldsymbol{V}}$, находится из соотношения

$$N = P \cdot V \cdot \cos\alpha,$$

где $\alpha$ - угол между векторами силы $\bar{P}$ и скорости $\bar{V}$.

Рассмотрим определение кинетической энергии звена для различных случаев движения.

При поступательном движении звена массой $m$ со скоростью $V$ его кинетическая энергия определяется соотношением

$$T = m\frac{V^2}{2}.$$

При вращении звена вокруг оси, проходящей через центр масс, кинетическая энергия находится по формуле

$$T = J_S \frac{\omega^2}{2},$$

где $J_S$ – центральный момент инерции звена,

$\omega$ - угловая скорость звена.

Если звено массой $m$ вращается вокруг оси О, которая не проходит через центр масс $S$, то кинетическая энергия звена определяется формулой

$$T = J_O \frac{\omega^2}{2},$$

где $J_O = J_S + m \cdot l^2_{OS}$ – момент инерции звена относительно оси вращения О.

При сложном плоском движении звена кинетическая энергия определяется соотношением

$$T = m\frac{V_S^2}{2} + J_S \frac{\omega^2}{2},$$

где $V_S$ – скорость центра масс $S$ звена.

Рассмотрим определения приведённого момента сил и приведённого момента инерции на примере кривошипно-ползунного механизма, изображённого на рисунке 47.

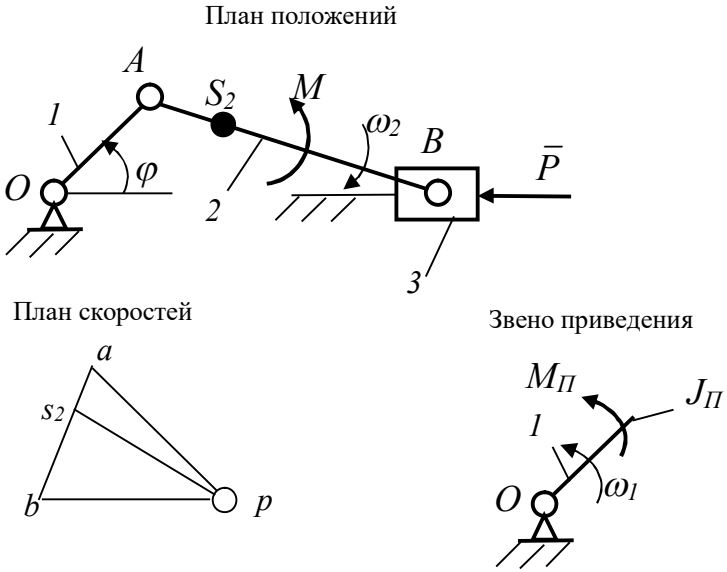



Рисунок 47 – Кривошипно-ползунный механизм

Заданы: размеры звеньев $l_{OA}$ , $l_{AB}$ , $l_{AS2}$ ; массы звеньев $m_2$ , $m_3$ ; моменты инерции звеньев $J_{O1}$, $J_{S2}$; момент $M$, действующий на звено 2; сила $\bar{P}$, действующая на звено 3.

Построим на рисунке 47 в произвольном масштабе план скоростей механизма.

Выразим скорости точек и угловые скорости звеньев механизма через длины отрезков на плане скоростей.

$\omega_1 = V_A / l_{OA} = pa \cdot \mu_V / l_{OA}$ ,

$\omega_2 = V_{BA} / l_{AB} = ab \cdot \mu_V / l_{AB}$ ,

$V_{S2} = ps_2 \cdot \mu_V$ ,

$V_B = pb \cdot \mu_V$ ,

где $pa$, $ab$, $ps_2$ и $pb$ – длины отрезков на плане скоростей,

$\mu_V$ – масштабный коэффициент плана скоростей (при дальнейших преобразованиях будет сокращён).

Определим кинетическую энергию звена приведения.

$$T = J_П \frac{\omega_1^2}{2} = T_1 + T_2 + T_3 ,$$

где $T_1$, $T_2$ и $T_3$ – кинетические энергии звеньев 1, 2 и 3 соответственно.

Звено 1 вращается вокруг оси О, на которой лежит центр масс звена. Следовательно

$$T_1 = J_{O1} \frac{\omega_1^2}{2}.$$

Звено 2 совершает сложное плоское движение. Кинетическая энергия звена 2 определяется соотношением

$$T_2 = m_2 \frac{V_{S2}^2}{2} + J_{S2} \frac{\omega_2^2}{2}.$$

Звено 3 совершает поступательное движение, поэтому его кинетическая энергия определяется по формуле

$$T_3 = m_3 \frac{V_B^2}{2}.$$

Учитывая полученные соотношения, составим расчётное уравнение для определения приведённого момента инерции механизма.

$$J_П = \frac{T}{\omega_1^2/2} = J_{O1} + m_2 (\frac{ps_2}{pa})^2 \cdot l_{OA}^2 + J_{S2} (\frac{ab}{pa})^2 \cdot (\frac{l_{OA}}{l_{AB}})^2 + m_3 (\frac{pb}{pa})^2 \cdot l_{OA}^2 .$$

Приведённый момент сил, действующих на механизм, определяется по формуле

$$M_П = \frac{N_P + N_M}{\omega_1},$$

где $N_P$ – мгновенная мощность силы $\bar{P}$, приложенной в точке В механизма,

$N_M$ – мгновенная мощность момента $M$, приложенного к звену 2.

Причём

$N_P = P \cdot V_B \cdot \cos \alpha$,

где $V_B$ – скорость точки В,

$\alpha$ - угол между векторами силы $\bar{P}$ и скорости $\bar{V}_B$.

В данном примере $\alpha = 0^o$ ($\cos\alpha = \cos 0^o = 1$).

$N_M = - M \cdot \omega_2$,

где $\omega_2$ – угловая скорость звена 2.

Знак (-) здесь указывает, что направления момента $M$ и угловой скорости $\omega_2$ противоположны друг другу.

Учитывая составленные соотношения, получим выражение для определения приведённого момента сил.

$$M_П = P\frac{pb}{pa}l_{OA} - M\frac{ab}{pa}\cdot\frac{l_{OA}}{l_{AB}}.$$

## Задача 8. Динамический анализ механизма

**Исходные данные:**

• Силы, действующие на механизм, и его массы приведены к звену ОА, которое вращается вокруг неподвижной оси. Движение механизма принято установившимся. Одному циклу этого движения соответствует один оборот звена ОА. Угловая скорость звена ОА при значении обобщённой координаты $\varphi = 0$ имеет значение $\omega_0$;

• Приведённый момент $M_C$ сил сопротивления изменяется в соответствии с графиком на рисунке 48, причём его максимальное значение равно $M_{C\,MAX}$;

• Приведённый момент $M_Д$ движущих сил постоянен внутри всего цикла движения механизма;

• Приведённый момент инерции $J_П$ механизма также постоянен при движении механизма.

**Необходимо выполнить следующее:**

1. Построить график приведённого момента $M_C(\varphi)$ сил сопротивления;
2. Построить график приведённого момента $M_Д(\varphi)$ движущих сил;
3. Построить график суммарного приведённого момента $M_П(\varphi)$ сил;
4. Построить график кинетической энергии $T(\varphi)$ звена приведения;
5. Построить график угловой скорости $\omega(\varphi)$ звена приведения;
6. Построить график углового ускорения $\varepsilon(\varphi)$звена приведения;
7. Найти коэффициент неравномерности вращения $\delta$ звена приведения.

Закон изменения приведённого момента сил сопротивления $M_C(\varphi)$ выбирают на рисунке 48 по последней цифре шифра.

Величины $\omega_o$, $M_{C\,MAX}$ и $J_П$ выбирают из таблицы 10 по предпоследней цифре шифра.

Пример выполнения задачи 8 представлен на рисунке 49.

Таблица 10 – Числовые значения $\omega_o$, $M_{C\,MAX}$ и $J_П$

| Параметры | Варианты числовых значений (предпоследняя цифра шифра) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $\omega_o$, рад/с | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
| $M_{C\,MAX}$, Н·м | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 |
| $J_П$, кг·м$^2$ | 0,50 | 0,51 | 0,52 | 0,53 | 0,54 | 0,55 | 0,56 | 0,57 | 0,58 | 0,59 |

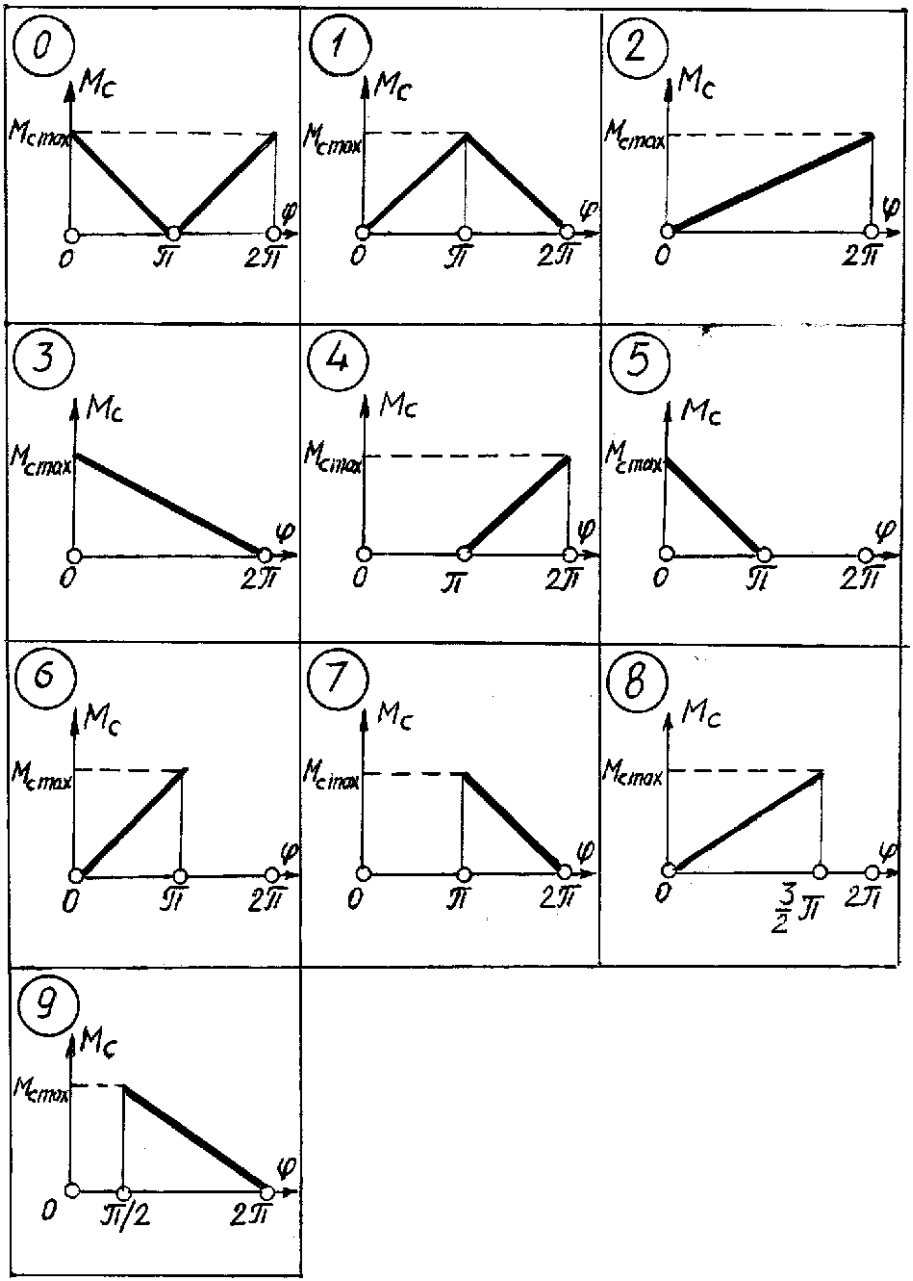



Рисунок 48 – Графики приведённых моментов $M_C(\varphi)$ сил сопротивления

## Методические указания к выполнению задачи 8

При исследовании движения механизма под действием заданных сил применяется теорема об изменении кинетической энергии механической системы, которая заключается в следующем: изменение кинетической энергии механической системы на некотором перемещении равно алгебраической сумме работ всех сил, приложенных к данной системе, на том же перемещении, т.е.

$T - T_0 = A,$

где $T$ – кинетическая энергия системы в рассматриваемый момент времени,

$T_0$ - кинетическая энергия системы в начальный момент времени,

$A$ – сумма работ всех сил, приложенных к системе на данном перемещении.

Причём

$A = A_Д - A_C,$

где $A_Д$ – сумма работ движущих сил,

$A_C$ – сумма работ сил сопротивления.

Кинетические энергии системы в рассматриваемый и в начальный момент времени определяются следующим образом:

$$T = J_П \frac{\omega^2}{2}, \qquad T_0 = J_П^{\varphi_0} \frac{\omega_0^2}{2},$$

где $J_П$ и $J_П^{\varphi_0}$ – приведённые моменты инерции механизма в рассматриваемый и начальный момент времени соответственно,

$\omega$ и $\omega_0$ - угловые скорости звена приведения в рассматриваемый и начальный момент времени соответственно.

Работы движущих сил и сил сопротивления определяются зависимостями:

$$A_Д = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_Д \cdot d\varphi, \qquad A_C = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_C \cdot d\varphi.$$

где $M_Д$ и $M_C$ – приведённые моменты движущих сил и сил сопротивления.

Величину каждой из работ $A_Д$ и $A_C$ за время цикла на интервале от $\varphi_0$ до $\varphi$ можно найти графическим путём, используя геометрическую интерпретацию определённого интеграла как площадь под графиками функций $M_Д(\varphi)$ и $M_C(\varphi)$. Причём в задаче 8 величина приведённого момента $M_Д$ движущих сил задана постоянной, поэтому работа движущих сил определяется площадью прямоугольника со сторонами $M_Д$ и $2\cdot\pi$, т.е.

$A_Д = M_Д \cdot 2\,\pi.$

График функции $M_C(\varphi)$ в задаче 8 представляет собою, как правило, треугольник, площадь которого равна половине произведения его основания на высоту.

При установившемся движении кинетическая энергия механизма в начале и конце цикла одинакова, поэтому условием необходимым для такого движения является соотношение

$A_Д = A_C.$

Таким образом, приравняв между собой выражения площадей под графиками функций $M_Д(\varphi)$ и $M_С(\varphi)$, в задаче 8 можно найти величину постоянного приведённого момента движущих сил $M_Д$ .

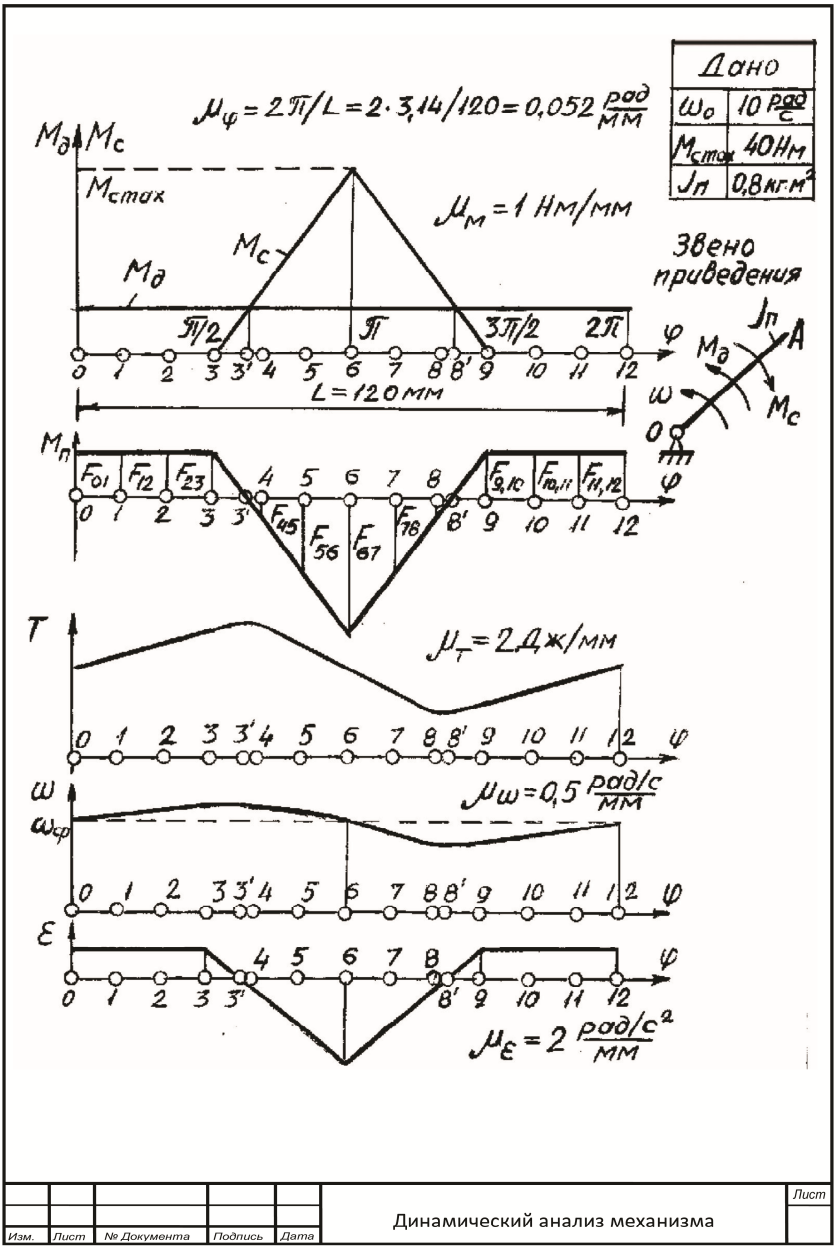



Рисунок 49 – Пример выполнения задачи 8

Работа за цикл

$$A_д = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_д \cdot d\varphi = M_д \cdot 2\pi, \quad A_c = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_c \, d\varphi = M_{c\,max} \cdot \pi/2, \quad A_д = A_c.$$

Приведённые моменты сил

$$M_д \cdot 2\pi = M_{c\,max} \cdot \pi/2, \quad M_д = M_{c\,max}/4 = 40/4 = 10\ Нм, \quad M_п = M_д - M_c.$$

Элементарная работа

$$\Delta A_i = \mu_M \cdot \mu_\varphi \cdot F_{i-1,i}, \text{ где } F_{i-1,i} \text{ - площадь на графике } M_п(\varphi).$$

Кинетическая энергия

$$T_0 = J_п \cdot \omega_0^2/2 = 0{,}8 \cdot 10^2/2 = 40\ Дж, \quad T_i = T_{i-1} + \Delta A_i.$$

Угловая скорость

$$\omega_i = \sqrt{2T_i/J_п}, \quad \omega_{ср} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} = \frac{12{,}0 + 7{,}6}{2} = 9{,}8\ \frac{рад}{с}.$$

Угловое ускорение

$$\varepsilon_i = M_{пi}/J_п$$

Коэффициент неравномерности движения

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{ср}} = \frac{12{,}0 - 7{,}6}{9{,}8} = 0{,}44$$

Результаты расчёта

| № | 0 | 1 | 2 | 3 | 3' | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 8' | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $M_п$, Нм | 10 | 10 | 10 | 10 | 0 | -4 | -16 | -30 | -16 | -4 | 0 | 10 | 10 | 10 |
| $\Delta A$, Дж | 5,2 | 5,2 | 5,2 | 5,2 | 2,0 | -0,2 | -5,2 | -11,9 | -11,9 | -5,2 | -0,2 | 2,0 | 5,2 | 5,2 |
| $T$, Дж | 40 | 45,2 | 50,4 | 55,8 | 57,8 | 57,6 | 52,4 | 40,5 | 28,6 | 23,4 | 23,2 | 25,2 | 30,4 | 35,6 |
| $\omega$, $\frac{рад}{с}$ | 10 | 10,6 | 11,2 | 11,8 | 12,0 | 12,0 | 11,4 | 10,0 | 8,5 | 7,6 | 7,6 | 7,9 | 8,7 | 9,4 |
| $\varepsilon$, $\frac{рад}{с^2}$ | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 0 | -5 | -20 | -37,5 | -20 | -5 | 0 | 12,5 | 12,5 | 12,5 |

| Изм. | Лист | № Документа | Подпись | Дата | Динамический анализ механизма | Лист |
|---|---|---|---|---|---|---|

Рисунок 49 – Пример выполнения задачи 8 (продолжение)

# ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. -М.: Наука, 1975. - 640 с.

2. Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин. - М.: Высшая школа, 1985. - 280 с.

3. Озол О.Г. Теория механизмов и машин. - М.: Наука, 1964. - 632 с.

4. Теория механизмов и машин / Под ред. К.В. Фролова. -М.: Высшая школа, 1987. - 496 с.

5. Евдокимов Ю.И. Теория механизмов и машин. Ч. 1: Структура, кинематика и кинетостатика механизмов: курс лекций / Новосиб. гос. аграр. ун-т; Инженер. ин-т. – Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2013. – 136 с.

6. Евдокимов Ю.И. Теория механизмов и машин. Ч. 2: Зубчатые и кулачковые механизмы: курс лекций / Новосиб. гос. аграр. ун-т. Инженер. ин-т. – Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2014. – 80 с. изд. перераб. и доп.

7. Евдокимов Ю.И. Теория механизмов и машин. Ч. 3: Динамика механизмов и машин: курс лекций / Новосиб. гос. аграр. ун-т. Инженер. ин-т. – Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2014. – 66 с.

8. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин в примерах: учеб-метод. пособие / Новосиб. гос. аграр. ун-т; сост. Ю.И. Евдокимов. – Новосибирск, 2011.

# СОДЕРЖАНИЕ

Введение 3
Оформление расчетно-графической работы 3
Задача 1. Структурный анализ механизмов 5
Задача 2. Кинематический анализ плоского рычажного механизма 13
Задача 3. Геометрический синтез плоского рычажного механизма 22
Задача 4. Кинематический анализ многоступенчатого зубчатого механизма 38
Задача 5. Силовой расчёт механизма 44
Задача 6. Рычаг Н.Е. Жуковского 51
Задача 7. Приведение сил и масс 55
Задача 8. Динамический анализ механизма 62
Литература 67

Составители: *Булгаков Сергей Алексеевич*
*Пшенов Евгений Александрович*
*Тихонкин Игорь Васильевич*

**ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**
**Задания и методические указания к расчетно-графической работе**

Редактор Н.К. Крупина
Компьютерная вёрстка С.А.Булгаков

Подписано в печать 15 сентября 2020 г.
Формат 84×108/32. Объем 4,12 уч.-изд. л
Тираж 100 экз.

Издательский центр Новосибирский ГАУ
630039, Новосибирск, ул. Добролюбова, 160